

Trabajo Fin de Grado Ingeniería Aeroespacial

Modelización de un microgenerador
de energía flexible fabricado mediante
impresión aditiva.

Autor: Antonio Jesús Miranda Torres

Tutor: Antonio Romero Ordoñez

**Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de
Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla**

Sevilla, 2021



Trabajo Fin de Grado
Ingeniería Aeroespacial

Modelización de un microgenerador de energía flexible fabricado mediante impresión aditiva.

Autor:

Antonio Jesús Miranda Torres

Tutor:

Antonio Romero Ordoñez

Profesor Titular

Dpto. Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2021

Trabajo Fin de Grado: Modelización de un microgenerador de energía flexible fabricado mediante impresión aditiva.

Autor: Antonio Jesús Miranda Torres
Tutor: Antonio Romero Ordoñez

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

En primer lugar, querría dar las gracias a mi tutor Antonio Romero Ordoñez por el tiempo dedicado al desarrollo de este trabajo y por los conocimientos transmitidos. A su vez, gracias a Javier Cristóbal Camara Molina por la ayuda con los códigos.

En segundo lugar, me gustaría agradecer a mis amigos y compañeros del Grado por todos los momentos que hemos vivido juntos a lo largo del camino que emprendimos unos años atrás. Gracias por haber convertido la ETSI en un segundo hogar para mí. Espero que el vínculo que hemos establecido perdure una vez abandonemos la escuela.

Por último, pero no menos importante, gracias a mis padres por acompañarme, protegerme, confiar en mí, y también por comprender mis necesidades aunque, no siempre sea fácil para ellos.

Sevilla, 2021

Resumen

La vibración de una estructura resulta una fuente de pequeñas cantidades de energía prometedora y barata para el aprovisionamiento de dispositivos electrónicos en entornos remotos e inaccesibles. Para su aprovechamiento se emplean los materiales piezoléctricos, que tienen la capacidad de generar un voltaje a partir de su deformación.

En el presente trabajo se pretende obtener un modelo de elementos finitos de un microgenerador de energía a partir de vibraciones, lo más fiel a la realidad posible, con el fin de poder predecir el potencial de este avance tecnológico. Este microgenerador está basado en una estructura de viga en voladizo formada por dos parches de un material piezoeléctrico separados por una lámina polimérica fabricada mediante impresión aditiva, que será sintonizada según la frecuencia de resonancia de la estructura a la que acople.

Una vez desarrollado el modelo, se analizan varios prototipos de láminas poliméricas intermedias, de distintos materiales y espesores, para tratar de optimizar la cantidad de energía que es posible generar según su geometría y propiedades, en función de unas condiciones de excitación dadas.

Abstract

Vibrations of a structure are a promising and inexpensive source of small amounts of energy for supplying electronic devices in remote and inaccessible environments. For its use, piezoelectric materials are exploited, which have the ability to generate a voltage from their deformation.

The present work aims to obtain a finite element model of a micro-generator of energy from vibrations, the most accurate to reality as possible, in order to be able to predict the potential of this technological advance. This micro-generator is based on a cantilevered beam structure formed by two patches of a piezoelectric material separated by a polymeric sheet manufactured by additive printing, which will be tuned according to the resonance frequency of the structure to which it is coupled.

Once the model has been developed, several prototypes of intermediate polymeric sheets, of different materials and thicknesses, are analyzed to try to optimize the amount of energy that can be generated according to their geometry and properties, based on given excitation conditions.

... -translation by google-

Índice

<i>Resumen</i>	III
<i>Abstract</i>	V
1 Introducción	1
1.1 Microgeneración e impresión 3D	1
1.2 Revisión bibliográfica	2
1.3 Objetivos	4
1.4 Contribuciones originales	4
2 Modelos Analíticos	5
2.1 Modelo de microgenerador. Ecuación de equilibrio	6
2.1.1 Descripción del microgenerador	6
2.1.2 Desarrollo teórico del microgenerador de energía	9
2.2 Acoplamiento electromecánico	11
2.3 Sintonización del microgenerador	13
3 Modelo de Elementos Finitos	15
3.1 Definición	15
3.1.1 Modelo de viga equivalente	15
3.1.2 Modelo de lámina equivalente	16
3.1.3 Modelo placa y sólido	17
3.1.4 Modelo de elementos sólidos	18
3.2 Validación del modelo analítico	18
3.2.1 Modelo de viga equivalente	19
3.2.2 Modelo de lámina equivalente	21
3.2.3 Modelo placa y sólido	23
3.2.4 Modelo de elementos sólidos	24
3.2.5 Conclusiones	26
3.2.6 Confirmación de la validez	26
3.3 Ajuste de acoplamiento electromecánico	30
4 Análisis Paramétrico	35
4.1 Descripción de los materiales analizados	35
4.2 Cálculo del coeficiente de acoplamiento electromecánico	37
4.3 Influencia del espesor de la subestructura	42
4.4 Influencia del material de la subestructura	45
5 Conclusiones y desarrollos futuros	51
Apéndice A Código de Ansys	53
A.1 Modelo de viga equivalente	53

A.2	Modelo de lámina equivalente	54
A.3	Modelo placa y sólido	55
A.4	Modelo de elementos sólidos	56
A.5	Modelo completo	57
Apéndice B Código de Matlab		61
<i>Índice de Figuras</i>		65
<i>Índice de Tablas</i>		67
<i>Bibliografía</i>		69

1 Introducción

«... deberíamos desarrollar todo tipo de combustible alternativo que esté disponible para nosotros. Eso incluye hidrógeno, la energía solar, el viento. Cualquier cosa que podamos encontrar que nos va a ayudar a limpiar el medio ambiente deberíamos estar trabajando muy duro en el desarrollo», Morgan Freeman

Este capítulo servirá para poner en contexto este trabajo, así como para definir su alcance y los objetivos que se pretenden cubrir.

1.1 Microgeneración e impresión 3D

El término *Energy Harvesting (EH)*, que podría ser traducido al castellano como *Recolección de Energía* o *Microgeneración de Energía*, engloba una serie de métodos que hacen referencia a la transformación energía de procedencia ambiental en otras formas de energía, como es comúnmente la energía eléctrica [16], mediante el empleo de pequeños dispositivos, principalmente electrónicos. Un sistema de microgeneración de energía puede catalogarse según tres factores: el origen de la energía (luz solar, viento, calor, vibraciones, sonido,...), el mecanismo de recolección que realiza la conversión y la carga que consume o almacena la energía resultante [13].

En las últimas décadas, la aparición de la microelectrónica y de las tecnologías inalámbricas han impulsado el desarrollo de baterías basadas en dispositivos de microgeneración de energía con distintas fuentes [13], muchas de las cuales presentan una gran variabilidad según las condiciones climáticas [16]. Este es el caso de la transformación a partir de energía solar, cuyo uso es muy extendido y eficiente en condiciones climáticas adecuadas pudiéndose obtener densidades de hasta $15000\mu\text{W}/\text{cm}^3$, pero que, sin embargo, decrecen al orden de $20\mu\text{W}/\text{cm}^3$ en interiores [26].

Es por ello el reciente interés en sistemas electromecánicos (*MEMS*) capaces de transformar y almacenar energía, a partir de una sollicitación externa que sea independiente de las condiciones ambientales, y permitan de esta manera alcanzar objetivos como la alimentación de dispositivos en entornos remotos e inaccesibles, con ínfimo o ningún mantenimiento [40]. En este sentido, la recolección de energía a partir de vibraciones mecánicas en una estructura (usando el efecto piezoeléctrico) resulta muy prometedora, siendo su densidad potencial de $300\mu\text{W}/\text{cm}^3$ [16].

La configuración general de un microgenerador basado en las vibraciones es la de una viga en voladizo, empotrada en una estructura vibratoria, que incluirá una o dos placas de un material piezocerámico (según sea la configuración unimorfa o biforma, respectivamente) que a partir de su deformación generarán un voltaje de salida a través de sus electrodos. La disposición más general empleada para este tipo de microgeneradores es la bimorfa y, típicamente, se coloca una lámina intermedia que suele estar conformada por material polimérico y que sirve de separación entre ambas placas.

Es aquí donde reside la importancia de la impresión tridimensional en el desarrollo de los microrecolectores de energía. Siendo este otro ámbito que desde que en 1984 tuviera lugar la primera impresión en material plástico, a partir de la adaptación de la impresora de inyección en tinta (1976) por parte de Charles Hull, que más tarde sería cofundador de *3D Systems*, ha experimentado un gran auge, dándose lugar a un gran número

de aplicaciones de esta tecnología en diversos ámbitos de la industria [25], y llegando a convertirse a día de hoy en una herramienta de uso doméstico.

Uno de los momentos cumbre en este desarrollo fue el lanzamiento al mercado de la primera máquina de impresión estereolitográfica o SLA, por parte de *3D Systems*, cuyo primer producto comercial se lanzó en 1988, y en la que un láser UV solidifica un fotopolímero, y se fabrican partes tridimensionales capa por capa. La importancia de este método deriva en que permite crear un objeto en 3D a partir de datos digitales, empleando la tecnología para crear una imagen 3D del objeto previamente a su fabricación.

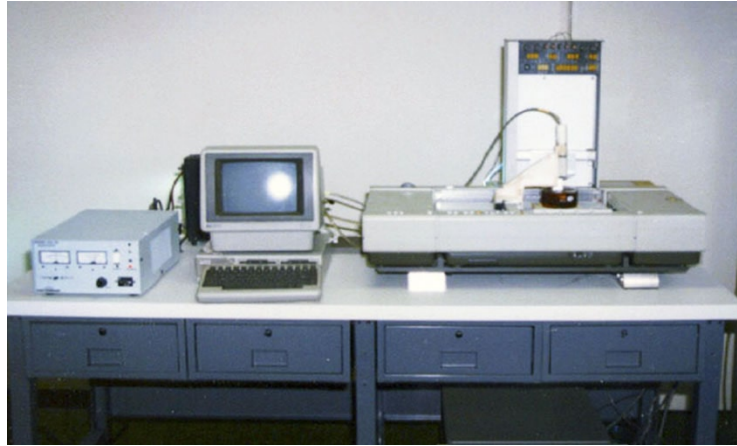


Figura 1.1 SLA-1 (1988): primer modelo de impresora 3D comercial [36].

Desde ese momento la impresión 3D ha tenido una intervención multidisciplinar, abarcando campos desde la medicina, con la impresión de tejidos y prótesis, hasta la joyería, con la impresión en oro y plata, sin dejar de lado las numerosas aplicaciones ingenieriles [25].

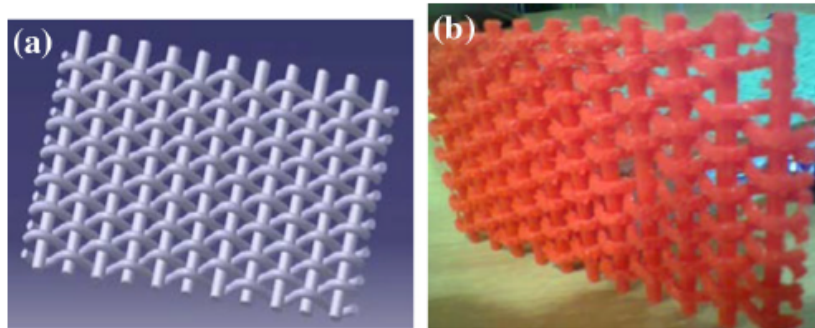


Figura 1.2 Modelo CAD y prototipo impreso en 3D de una estructura para microgeneración de energía [36].

En el ámbito de la microgeneración de energía se ha concluido a través de una serie de experimentos [41] que la impresión 3D presenta unos resultados prometedores en prototipos de láminas delgadas de PZT-polímero. La integración del material piezoeléctrico (PZT) en el proceso no es trivial, pero la comparación de modelos analíticos y modelos creados de elementos finitos han derivado en comportamientos similares a pequeña escala [41]. A partir de un mejor conocimiento de los tres factores de la impresión 3D que son material, estructura y proceso, y de las influencias que presentan entre ellos, se podrá optimizar el desarrollo de la fabricación de microgeneradores [23].

1.2 Revisión bibliográfica

La recolección de energía basada en el aprovechamiento de las vibraciones ha adquirido un interés creciente durante las últimas décadas debido a las bajas solicitaciones energéticas que presentan determinados componentes eléctricos como los sensores inalámbricos usados para monitorizar la salud de una estructura. El

fin último de este avance es el de aprovechar la energía procedente del ambiente para eliminar o reducir el empleo de baterías. Las investigaciones en este área engloban el entendimiento de las vibraciones de una estructura, el comportamiento de los materiales piezoeléctricos y la teoría de circuitos. De modo que el desarrollo de esta materia ha atraído a investigadores de diferentes disciplinas como las ingenierías civil, eléctrica y mecánica, y la ciencia de los materiales [33].

Los tres tipos básicos de transducciones de vibración a energía eléctrica [43] son la electromagnética, la electrostática y la piezoeléctrica [35, 38]. Durante la primera década del siglo la conversión de energía aprovechando el fenómeno de la piezoelectricidad recibió una mayor atención por parte de la comunidad científica, fruto de la cual se publicaron varios artículos en los que se presentaron importantes investigaciones experimentales y posibles aplicaciones de esta tecnología [7, 12, 32, 37].

Además, durante este tiempo se han propuesto numerosos modelos matemáticos para tratar de dar solución al problema de la recolección. Un modelo preciso permitiría predecir la energía eléctrica que podría obtenerse dadas unas condiciones de excitación dadas, así como diseñar y optimizar el microgenerador para unas determinadas variables mecánicas y eléctricas.

Estos modelos consisten normalmente en una pletina en voladizo con una o dos capas piezoeléctricas (según sea la configuración unimorfa o bimorfa, respectivamente) que se coloca sobre una base vibratoria para generar un voltaje de salida a través de sus electrodos. Dado que la implementación de un modelo de generador piezoeléctrico para cargar una batería real eficientemente resultaría más complicado [30], los investigadores han considerado implantar una resistencia a la salida para dar pie a modelos más simples que puedan predecir la respuesta eléctrica del recolector para unas condiciones de vibración en su base dadas.

Muchos son los autores que han tratado de dar respuesta al problema acoplado de predecir el voltaje sobre la resistencia conectada a los electrodos del microgenerador, por la excitación de su base. En los primeros modelos matemáticos propuestos [15, 35] se emplearon soluciones un sólo grado de libertad, en lo que se denominaron modelos del parámetro concentrado, ya que en su simplificación no tienen en cuenta la masa distribuida sobre la pletina. Estos modelos suponen una buena aproximación ya que el dominio eléctrico tanto la capacitancia del piezocerámico, como la resistencia de la carga externa, se modelan con un grado de libertad.

Por tanto, la modelización se simplifica requiriéndose solamente obtener los parámetros que permitan acoplar las ecuaciones de equilibrio mecánico y las ecuaciones de Maxwell a través de las relaciones constitutivas piezoeléctricas [1]. Sin embargo, aunque estos modelos den una aproximación inicial están limitados a un solo modo de vibración y se pierden aspectos importantes como la información ligada al modo dinámico, así como una distribución precisa de las deformaciones y sus efectos en la respuesta eléctrica.

El modelo elemental de parámetros concentrados se usó para el modelado [15] y para el estudio de la optimización para una máxima potencia generada [14, 40], sin embargo, posteriormente se demostró [20] que presentaba una alta imprecisión para vibraciones longitudinales y transversales de estructuras en voladizo dependiendo de la relación entre la masa de la punta y la masa de la viga. Esto es debido a importancia que tiene la contribución de la masa distribuida sobre la amplitud de excitación para masas en el extremo no muy pesadas. Para mejorar las predicciones de este modelo se introdujeron factores de corrección [20].

Con el objetivo de llegar a una aproximación mejorada, se utilizó la formulación de Rayleigh–Ritz [15, 39] para el modelado de microgeneradores en voladizo basándose en la teoría de viga de Euler-Bernoulli. La aplicación de esta formulación para discretizar la masa distribuida proporciona un modelo de parámetros distribuidos del sistema, que supone una aproximación más precisa al sistema de un grado de libertad.

Para representar analíticamente las salidas eléctricas sobre este modelo, algunos autores [11, 27, 28] emplearon los modos de vibración de la teoría de Euler-Bernoulli y las ecuaciones constitutivas piezoeléctricas [1]. Las deficiencias de estos modelos están debidas a la falta de consideración del fenómeno de la resonancia, así como de la expansión modal, y la excesiva simplificación realizada sobre el acoplamiento piezoeléctrico, representado en la ecuación de la pletina mediante el amortiguamiento viscoso.

Aunque esta simplificación es razonablemente precisa para determinados microrecolectores [43], la omisión del acoplamiento piezoeléctrico en la ecuación mecánica resulta altamente inexacta a la hora de predecir la carga óptima que permite obtener el máximo potencial del sistema [19]. Además, no puede predecir la variación de la frecuencia de resonancia cuando se cambia la carga.

A lo largo de este tiempo, fueron numerosos los diferentes modelos de aproximación que se plantearon. Erturk e Inman [18] presentaron la solución analítica al problema de acoplamiento de un generador piezoeléctrico unimorfo basándose en los supuestos de las ecuaciones de Euler-Bernoulli. Obtuvieron la respuesta de voltaje acoplado a través de la carga resistiva y la respuesta de vibración acoplada del microgenerador explícitamente para excitaciones armónicas en su base.

Posteriormente, Elvin y Elvin [17] concluyeron en la convergencia de esta última solución con la solución de Rayleigh-Ritz teniendo en cuenta un número suficiente de modos de vibración. Finalmente, Erturk e Inman [21] extendieron su solución de parámetros distribuidos a configuraciones bimorfas y presentaron validaciones experimentales.

1.3 Objetivos

Como aplicación del concepto de la recolección de energía presentado, el desarrollo de un microgenerador que aproveche las vibraciones generadas por una línea ferroviaria sobre una estructura, como podría ser un puente, para servir de alimentación a sensores que pudieran monitorizar el estado de las vías supone un ámbito de estudio interesante y será el ámbito donde se englobe este trabajo.

Más concretamente este trabajo estará centrado en desarrollar un modelo de elementos finitos con la ayuda del programa comercial *ANSYS*, que permita obtener una salida en voltaje a partir de una excitación dada. Para ello, se tomará como punto de partida un modelo analítico basado en las ecuaciones propuestas por Erturk e Inman [21], que validaron experimentalmente la solución analítica de parámetros distribuidos al problema de acoplamiento para una configuración de microgenerador bimorfa.

De este modo, se pretende que el modelo de elementos finitos desarrollado pueda servir como punto de partida para analizar cuáles serían los parámetros óptimos de un microgenerador, previamente a su construcción. Por lo tanto, una vez desarrollado se procederá en este mismo trabajo a estudiar la influencia de algunos parámetros del microgenerador: el espesor y el material de la estructura polimérica intermedia; para así obtener unos primeros indicadores de cuál sería la mejor configuración en cuanto a poder obtener la mayor energía como respuesta a una excitación dada.

1.4 Contribuciones originales

Es preciso hacer mención al trabajo de fin de grado *"Desarrollo de un modelo de elementos finitos para el aprovechamiento energético de las vibraciones ambientales (2019)"*, llevado a cabo por Macarena Gómez Acebal, ya que se aprovechará el modelo creado servirá como punto de partida en este trabajo, pues establece una primera aproximación mediante el método de los elementos finitos en *ANSYS* al problema real de la microrecolección de energía.

A partir de este modelo se desarrollarán como contribuciones propias, cuatro modelos en elementos finitos que tratan de establecer una secuencia de aproximación a un modelo de microgenerador real:

- Un primer modelo que representa una estructura semejante a las ecuaciones analíticas propuestas por Erturk e Inman [21], mediante una viga equivalente en voladizo. Servirá para establecer una comparación directa con el modelo analítico, como primer paso en la aproximación a la realidad.
- Un segundo modelo que pretende dar paso de una estructura viga unidimensional a una estructura similar, pero con elementos lámina equivalentes que tendrán un tratamiento bidimensional.
- Un tercer modelo formado por elementos sólidos para los piezoeléctricos, en el que ya comienzan a definirse sus propiedades y un elemento lámina para la placa intermedia.
- Un último modelo en el que tanto los parches piezoeléctricos, como la placa intermedia están compuestos por elementos sólidos. Este modelo será el que más se asemeje a la realidad.

Adicionalmente, se implementará un código de *MATLAB* que permite realizar un ajuste de regresión no lineal entre las funciones de respuesta en frecuencia, ante una excitación dada, calculadas de forma teórica y las experimentales para poder determinar el coeficiente de acoplamiento electromecánico del último modelo de elementos finitos desarrollado en semejanza con un microgenerador de energía real.

Por último, se desarrollará un análisis de sensibilidad en el que, una vez aprobado el modelo creado para predecir el voltaje que puede generarse por el proceso de recolección de energía, se pueda determinar cuál es la influencia que tienen parámetros como el espesor o el material del que está formada la placa intermedia del microgenerador, para un mismo prototipo de parches piezoeléctricos.

2 Modelos Analíticos

En este capítulo se comenzará haciendo una introducción de un modelo típico de un recolector de energía para poner en contexto al lector, y a continuación, como parte fundamental del capítulo, presentar el desarrollo teórico seguido en el modelo propuesto que se tratará de imitar a través de un desarrollo en elementos finitos.

Para introducir el capítulo es interesante hacer mención a la disposición típica de un microgenerador de energía, con el objetivo de poder desarrollar a partir de dicha estructura los conceptos necesarios para entender su funcionamiento y las ecuaciones por las que está gobernada la recolección de energía. Objetivo para el que también será necesario introducir el fenómeno físico de la piezoelectricidad.

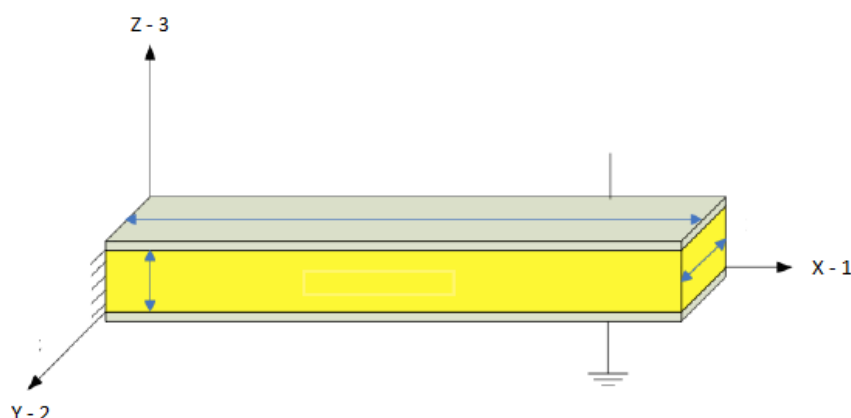


Figura 2.1 Configuración típica de un microgenerador [11].

Como se pone de manifiesto en la Figura 2.1, en una configuración típica de microgenerador, que en el caso representado es bimorfa, pueden distinguirse dos estructuras distintas compuestas por diferentes materiales:

- **Parche(s) de piezoeléctrico:**

Una disposición bimorfa, como la que va a ser estudiada, se compone de dos parches que estarán situados arriba y abajo de la lámina intermedia (la cual va a ser referida como subestructura en este trabajo). Funcionan como electrodos y a partir de integración con un circuito eléctrico son los encargadas de realizar la transformación de la energía procedente de su deformación sufrida en un voltaje. Para ello es esencial que el modelo presente efectos piezoeléctricos directo e inverso, siendo necesaria una interacción recíproca entre los dominios mecánico y eléctrico [13].

En general, en los transductores piezoeléctricos cuando se aplica un potencial eléctrico entre las capas conductoras, a través del fenómeno de polarización de las cargas, se genera una fuerza en las capas piezoeléctricas. La dirección entre el campo eléctrico aplicado y la tensión-deformación producida como resultado definen los modos de operación (longitudinal o transversal) [13]. Los fundamentos físicos de este proceso serán detallados más adelante, cuando se presenten las ecuaciones constitutivas que gobiernan la recolección de energía.

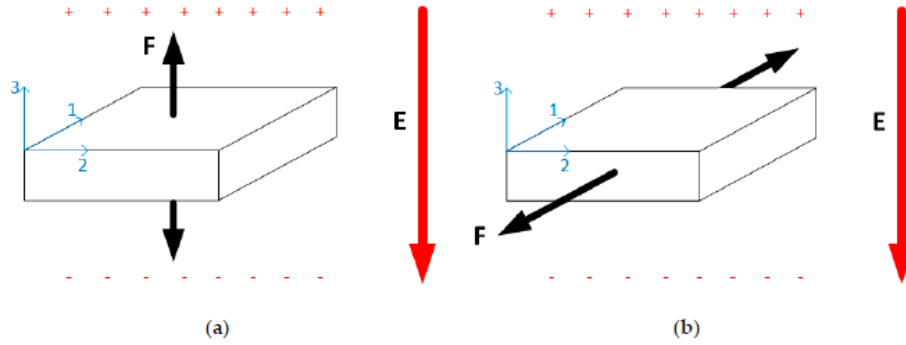


Figura 2.2 Modos de operación: (a) d_{33} (transversal), (b) d_{31} (longitudinal) [13].

Este fenómeno físico representado es reversible, de modo que los cristales que presentan piezoelectricidad son capaces de polarizarse eléctricamente al ser sometidos a tensiones mecánicas, apareciendo una diferencia de potencial que representa el objetivo a alcanzar por parte de los microgeneradores de energía.

Algunos ejemplos de los cristales más típicos que presentan estas propiedades son el cuarzo, el rubidio, la sal de Seignette, los materiales cerámicos como el titanato de bario ($PbTiO_2$) y una combinación de zirconato de plomo ($PbZrO_3$) y titanato de plomo ($PbTiO_3$), conocido comúnmente como PZT. Para que puedan producirse deformaciones que puedan inducir una diferencia de potencial a la salida, por medio del proceso piezoeléctrico inverso, es imprescindible que este material sea flexible.

- **Subestructura:**

Estará construida mediante impresión aditiva a partir de un material polimérico y sirve de separación entre ambos parches piezoeléctricos en la configuración bimorfa de microgenerador, es de esencial importancia que el material elegido presente también una adecuada flexibilidad para poder emplearse en esta aplicación.

Los materiales que pueden usarse para este fin son diversos, desde aleaciones metálicas (como el latón) hasta uniones poliméricas fabricadas mediante impresión aditiva, como son el Poliuretano Termoplástico (TPU), el Acrilonitrilo Butadieno Estireno (ABS) y el Ácido Poliláctico (PLA), que se analizarán en el posterior estudio de sensibilidad de este trabajo.

2.1 Modelo de microgenerador. Ecuación de equilibrio

2.1.1 Descripción del microgenerador

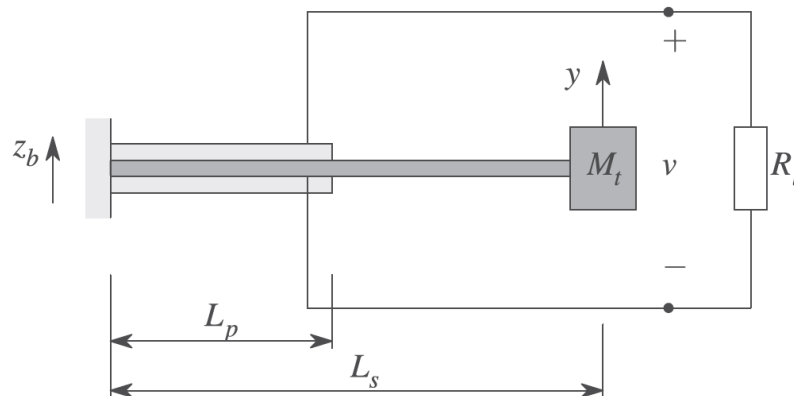


Figura 2.3 Configuración bimorfa de un microgenerador de energía.

El modelo analítico de microgenerador de energía propuesto para este trabajo se basa en una configuración que se comporta como una viga en voladizo de longitud L_s , ancho b_s y espesor h_s con una masa en su extremo libre de valor M_l . Las láminas de material piezoeléctrico de mismo ancho y longitud L_p , están polarizadas a lo largo de su espesor h_p , y conectadas en serie. De forma que la flexión que tenga lugar sobre la subestructura comprimirá o expandirá los parches de piezoeléctrico generando un voltaje a la salida. Para estudiar el comportamiento del microgenerador se considera que alimenta una resistencia de carga R_l , como se expone en la Figura 2.3.

Cuando un material piezoeléctrico es sometido bajo un esfuerzo mecánico, una diferencia de potencial (voltaje) aparece a través del material. De forma contraria, si el elemento piezoeléctrico es sometido a un voltaje externo, en función de la magnitud de éste, el material será comprimido o presionado de forma proporcional [24]. Estos fenómenos son conocidos, respectivamente, como los efectos piezoeléctrico directo e inverso. Las ecuaciones constitutivas de un material piezoeléctrico, según el estándar IEEE 176 [1] son

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^E & \mathbf{d}^T \\ \mathbf{d} & \boldsymbol{\varepsilon}^T \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

cuyos símbolos quedan resumidos a continuación

Tabla 2.1 Definición de los símbolos de las ecuaciones constitutivas de un material piezoeléctrico.

Símbolo	Dimensión	Unidad	Descripción
T	6x1	N/m ²	Tensión mecánica
S	6x1	m/m	Deformación mecánica
E	3x1	N/C	Intensidad del campo eléctrico
D	3x1	C/m ²	Desplazamiento de la carga dieléctrica
s^E	6x6	m ² /N	Tensor de compliancia
d	3x6	C/N	Coefficientes de carga piezoeléctrica
ε	3x3	F/m	Permitividad eléctrica

El primer paso para entender el significado de las ecuaciones constitutivas es el de definir las matrices involucradas en dichas ecuaciones:

- El tensor de compliancia (\mathbf{s}^E),

$$\mathbf{s}^E = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11} - s_{12}) \end{bmatrix}$$

que está definido bajo la condición de un campo eléctrico constante producido por la deformación generada por una tensión unitaria. Es una propiedad elástica propia del material y que representa la rigidez del mismo.

- La matriz de permitividad piezoeléctrica ($\boldsymbol{\varepsilon}^T$),

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$$

que representa la permitividad absoluta definida como el desplazamiento dieléctrico por unidad de campo eléctrico producido por una tensión constante.

- La matriz de coeficientes de carga piezoeléctrica (\mathbf{d}),

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

que relacionan la carga eléctrica y la tensión mecánica.

Sin embargo, debido a la presencia de la masa en la punta del microgenerador M_f , es posible llevar a cabo una simplificación en ecuaciones constitutivas, ya que esta provoca la existencia de un modo de deformación predominante en los parches piezoeléctricos. El material piezoeléctrico está polarizado en la dirección vertical 3 y el campo eléctrico se da en la misma dirección, mientras que la tensión y la deformación mecánica predominante es producida en la dirección horizontal 1 (ver en la Figura 2.2). Teniendo en cuenta las consideraciones citadas, las ecuaciones constitutivas del material piezoeléctrico pueden quedar reducidas de forma escalar como:

$$S_1 = s_{11}T_1 + d_{31}E_3 \quad (2.2)$$

$$D_3 = d_{31}T_1 + \epsilon_{33}^T E_3 \quad (2.3)$$

De esta forma, la Ecuación (2.2) está ligada a la deformación mecánica del elemento piezoeléctrico y está definida por dos términos:

- El primer término se debe a la excitación la viga voladiza del recolector a causa de las vibraciones externas. Se produce una relación lineal entre la tensión y la deformación sufrida por material piezoeléctrico gracias a su propiedad elástica fundamental.
- El segundo término representa la deformación mecánica debida al fenómeno piezoeléctrico que tiene lugar en el material. La presencia de un campo eléctrico, \mathbf{E} , en un material piezoeléctrico (que sea a su vez ferroeléctrico, como es el PZT) provoca que sus partículas sean afectadas. Se produce una fuerza eléctrica sobre cada partícula cargada, que obliga a las cargadas positivamente (cationes) a moverse en el sentido del campo eléctrico, mientras que las cargadas negativamente (aniones) son empujadas en sentido contrario, desplazándose así las partículas de su posición de equilibrio generándose momentos dipolares inducidos. En función de la dirección del campo eléctrico, los momentos dipolares del cristal se expanden o se contraen, causando una deformación mecánica, que será proporcional a la magnitud de éste [24], esto es el efecto piezoeléctrico inverso. Es preciso mencionar que para dos partículas idénticamente cargadas eléctricamente en magnitud q y con distinto signo, separadas una distancia l se produce un momento dipolar $p = q \cdot l$.

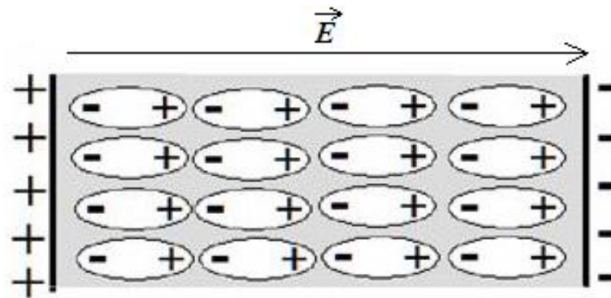


Figura 2.4 Reagrupación de las cargas eléctricas en un material piezoeléctrico debido a la presencia de un campo eléctrico, formando los momentos dipolares [24].

En el proceso contrario, en un cristal piezoeléctrico la distancia entre los centroides de las cargas positivas y negativas puede variar pudiendo un cristal no polarizado, sufrir una polarización al deformarse mecánicamente. Al producirse un momento polar resultante, se genera un campo eléctrico en el cristal paralelo al vector que une sendos centroides. Para hacer uso de este efecto (piezoeléctrico directo), se colocan electrodos en las

superficies opuestas del material piezoeléctrico. De esta forma cuando el material es deformado, el campo eléctrico pone de manifiesto entre ambos electrodos en forma de una diferencia de potencial (V), que se relaciona con la intensidad del campo eléctrico (\mathbf{E}) mediante la ecuación [24]

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (2.4)$$

Por otro lado, la Ecuación (2.3) describe el desplazamiento eléctrico desarrollado por los dipolos formados en el material piezoeléctrico. El desplazamiento eléctrico es la cantidad física correspondiente a la carga eléctrica almacenada por unidad de área [24]. En cuanto a sus términos:

- El primer término se refiere al vector de polarización (definida como el momento dipolar por unidad de volumen), resultante de multiplicar la tensión mecánica por la matriz de constantes piezoeléctricas. La polarización eléctrica está definida como el momento dipolar, producto entre la magnitud de la carga eléctrica y la distancia que la separa de otra de sentido opuesto [24].
- El segundo término corresponde al producto entre el campo eléctrico aplicado y la matriz de permitividad eléctrica que es propiedad del material piezoeléctrico.

2.1.2 Desarrollo teórico del microgenerador de energía

El modelo de parámetros concentrados del modelo bimorfo de viga en voladizo (ver Figura 2.3) queda descrito [34, 42] por

$$m = \frac{33}{140} \bar{m} L_s + M_t \quad (2.5)$$

$$k = \frac{3\bar{E}I}{L_s^3} \quad (2.6)$$

donde, la masa equivalente por unidad de longitud \bar{m} y por la rigidez equivalente $\bar{E}I$ están definidas por las expresiones:

$$\bar{m} = b(2\rho_p h_p + \rho_s h_s) \quad (2.7)$$

$$\bar{I} = \frac{2b(h_p + h_s/2)^3}{3} \quad (2.8)$$

$$\bar{E} = \frac{E_p(2b[(h_p + h_s/2)^3 - (h_s/2)^3]/3) + E_s(bh_s^3/12)}{\bar{I}} \quad (2.9)$$

Como primer paso para el desarrollo del microgenerador de energía se ha utilizado un modelo teórico que permite definir sus parámetros de diseño conforme a las propiedades del dispositivo y al comportamiento dinámico del puente ferroviario donde tiene prevista su instalación. Se va a considerar que el recolector de energía se encontrará ubicado en una sección del puente definida por la coordenada horizontal x , donde será sometido a la vibración vertical del puente $z_b(x, t)$ que es producida por el movimiento de una carga p que viaja a velocidad constante V sobre él (ver Figura 2.5).

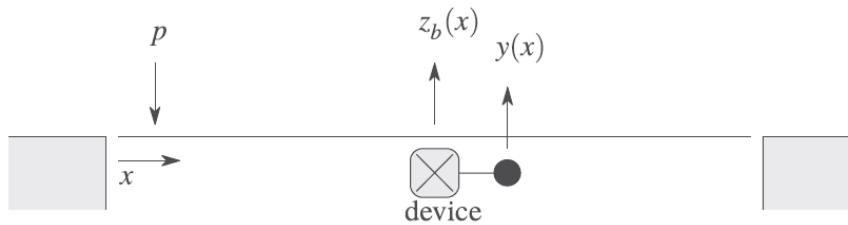


Figura 2.5 Esquema del sistema puente/microgenerador.

El comportamiento de un microgenerador de energía bimorfo puede representarse mediante un sistema mecánico que tenga como único grado de libertad el desplazamiento vertical de su punta $y(x, t)$ (ver Figura 2.6).

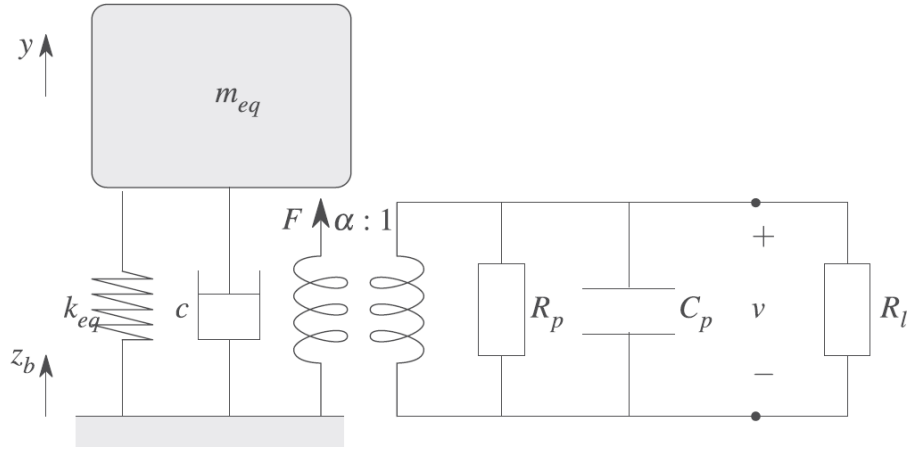


Figura 2.6 Modelo teórico microgenerador de energía.

Imponiendo la conservación de las energías cinética (E_k) y potencial (U) entre este modelo y el presentado en la Figura 2.3 se consigue obtener una relación de la que se pueden despejar la masa y la rigidez equivalente, m_{eq} y k_{eq} del modelo simplificado como un sistema de un grado de libertad.

$$E_k = \frac{1}{2} \int_0^{L_s} \bar{m}(x) \dot{y}(x,t)^2 dx + \frac{1}{2} M_t \dot{y}(L_s,t)^2 = \frac{1}{2} m_{eq} \dot{y}(L_s,t)^2 \quad (2.10)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_s} \bar{EI}(x) y''(x,t)^2 dx = \frac{1}{2} k_{eq} y(L_s,t)^2 \quad (2.11)$$

donde $y(x,t)$ es el desplazamiento vertical del microgenerador, y las masas por unidad de longitud \bar{m} y la rigidez a flexión \bar{EI} son dependientes de la sección, ya que se obtienen en relación a las propiedades de los materiales que la componen, y será, por tanto, distinta en la parte donde la subestructura queda libre que donde se encuentre entre los dos parches de material piezoeléctrico.

La expresión de la ecuación de equilibrio estático del microgenerador que posibilita la resolución de las igualdades anteriores viene dada por,

$$\gamma E_s I_s y(x)'' + M_t g(x - L_s) = 0 \quad 0 \leq x \leq L_p \quad (2.12)$$

$$E_s I_s y(x)'' + M_t g(x - L_s) = 0 \quad L_p \leq x \leq L_s \quad (2.13)$$

siendo g la aceleración de la gravedad y la constante $\gamma = \bar{EI}/E_s I_s$ representa la rigidez a flexión relativa de la sección en la que se encuentran situados los piezoeléctricos con respecto a la parte en la que la subestructura está libre, siendo E_s e I_s el módulo elástico y la inercia de la subestructura, respectivamente.

Si a continuación se integra la ecuación de equilibrio estático imponiendo la condición de empotramiento en el origen y la compatibilidad de desplazamiento y giro en la sección en la que se produce la discontinuidad entre sendas partes del microgenerador, es decir, la coordenada $x = L_p$, se puede obtener la ecuación de la deformada $y(x)$, cuya expresión es:

$$y(x) = \frac{M_t g (3L_s x^2 - x^3)}{6\gamma E_s I_s} \quad 0 \leq x \leq L_p \quad (2.14)$$

$$y(x) = \frac{M_t g (-\beta^2 (2\beta - 3)(\gamma - 1)L_s^3 + 3\beta(\beta - 2)(\gamma - 1)L_s^2 x + 3\gamma L_s x^2 - \gamma x^3)}{6\gamma E_s I_s} \quad L_p \leq x \leq L_s \quad (2.15)$$

donde la constante $\beta = L_p/L_s$ representa la longitud relativa de los parches de piezoeléctrico con respecto a la longitud total de la subestructura.

Introduciendo dichas expresiones de la deformada del microgenerador en las Ecuaciones (2.10) y (2.11), y asumiendo que la estructura se comporta según un movimiento armónico, se obtienen las siguientes expresiones de la masa y rigidez equivalentes del sistema,

$$m_{eq} = \frac{L_s \rho_s h_s b (\beta^5 \delta (5\beta(\beta-7) + 63) - 35\beta^2(\beta-1)(\beta(\beta-3)(\beta(\beta-3)+6) + 12))}{140(\gamma - \beta((\beta-3)\beta + 3)(\gamma-1))^2} + \frac{-33(\beta-1)^7 \gamma^2 + 21\beta\gamma(\beta-1)^4(3\beta(\beta-3)+11)}{140(\gamma - \beta((\beta-3)\beta + 3)(\gamma-1))^2} + M_t \quad (2.16)$$

$$k_{eq} = \frac{3\gamma E_s I_s}{L_s^3(\beta(3-\beta) - 3(\gamma-1) + \gamma)} \quad (2.17)$$

siendo $\delta = \bar{m}/\rho_s h_s b_s$ la fracción de masa por unidad de longitud de la sección que incluye tanto los parches piezoeléctricos como la subestructura, en relación con la masa de la subestructura por sí sola.

2.2 Acoplamiento electromecánico

Partiendo de la Ecuación (2.3), e identificando T_1 como la tensión axial que puede definirse según la expresión

$$T_1 = \sigma_p = E_p \delta_p(x, t) \quad (2.18)$$

en términos de la deformación elástica por flexión (δ_p); se llega a

$$D_3 = d_{31} E_p \delta_p(x, t) + \epsilon_{33}^S E_3 \quad (2.19)$$

donde E_p es el módulo de Young del material piezoeléctrico.

En la definición de esta ecuación interviene el campo eléctrico E_3 que dependerá de la polarización de los parches de piezoeléctrico y consecuentemente del tipo de conexión,

$$E_3 = -\frac{v(t)}{2h_p} \quad (\text{en serie}) \quad (2.20)$$

$$E_3 = -\frac{v(t)}{h_p} \quad (\text{en paralelo}) \quad (2.21)$$

siendo $v(t)$ el voltaje.

Por otro lado, la deformación se puede expresar en función de la curvatura de la viga y de la distancia h_{pc} entre el centro del piezoeléctrico (en espesor) y el eje neutro

$$\delta_p(x, t) = h_{pc} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \quad (2.22)$$

con

$$h_{pc} = \frac{h_s + h_p}{2} \quad (2.23)$$

pudiendo quedar finalmente la Ecuación (2.3) definida como

$$D_3 = d_{31} E_p \delta_p(x, t) = h_{pc} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} - \epsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h_p} \quad (2.24)$$

La carga eléctrica en el piezoeléctrico es

$$q(t) = \int_A \mathbf{D} \cdot \vec{n} \, dA = - \int_0^{L_p} \left(d_{31} E_p h_{pc} b_s \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} + \epsilon_{33}^S b_s \frac{v(t)}{h_p} \right) dx \quad (2.25)$$

y, por lo tanto la intensidad

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_{eq}} = \frac{dq(t)}{dt} = - \int_0^{L_p} d_{31} E_p h_{pc} b_s \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx - \frac{\epsilon_{33}^S b_s L_p}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} \quad (2.26)$$

Además, se puede definir la capacitancia interna C_p para la configuración bimorfa presentada, siendo ϵ_{33} la permitividad absoluta

$$C_p = \frac{b_s L_p}{2h_p} \epsilon_{33} \quad (2.27)$$

quedando entonces

$$\frac{v(t)}{R_{eq}} + C_p \dot{v}(t) = - \int_0^{L_p} d_{31} E_p h_{pc} b_s \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx \quad (2.28)$$

Si a continuación se toma la definición de la deformada de la viga como

$$y(x,t) = \phi(x) e^{i\omega t} \quad (2.29)$$

siendo

$$\phi(x) = C \frac{(-\beta^2(2\beta-3)(\gamma-1)L_s^3 + 3\beta(\beta-2)(\gamma-1)L_s^2x + 3\gamma L_s x^2 - \gamma x^3)}{6\gamma E_s I_s} \quad (2.30)$$

y se desarrollan las derivadas parciales correspondientes se llega a que

$$\frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t} = \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} i\omega e^{i\omega t} \quad (2.31)$$

por lo tanto se puede desarrollar la integral anterior,

$$\int_0^{L_p} \frac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx = \int_0^{L_p} \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} i\omega e^{i\omega t} dx = \frac{d\phi(x)}{dx} i\omega e^{i\omega t} = \frac{\frac{d\phi(x)}{dx}|_{L_p}}{\phi(L_p)} \dot{y}(L_p, t) \quad (2.32)$$

quedando la Ecuación (2.28) como

$$\frac{v(t)}{R_{eq}} + C_p \dot{v}(t) = -d_{31} E_p h_{pc} b_s \frac{\frac{d\phi(x)}{dx}|_{L_p}}{\phi(L_p)} \frac{\phi(L_p)}{\phi(L_s)} \dot{y}(L_s, t) \quad (2.33)$$

En esta expresión se puede definir el acoplamiento electromecánico del microgenerador de energía que quedará representado mediante el coeficiente α y que relaciona la energía eléctrica y mecánica,

$$\alpha = -d_{31} E_p h_{pc} b_s \frac{\frac{d\phi(x)}{dx}|_{L_p}}{\phi(L_s)} \quad (2.34)$$

Una vez definido el coeficiente de acoplamiento electromecánico, se llega a que la aplicación las leyes de Kirchoff al circuito electromecánico analizado, en función de dicho coeficiente, resulta en las ecuaciones siguientes, que gobiernan el comportamiento del cosechador de energía

$$\ddot{y}(t) + 2\zeta \omega \dot{y}(t) + \omega^2 y(t) - \frac{\alpha}{m_{eq}} v(t) = -\ddot{z}_b(x,t) \quad (2.35)$$

$$C_p \dot{v}(t) + \frac{v(t)}{R_{eq}} + \alpha \dot{y}(t) \quad (2.36)$$

en las que v es el voltaje de salida, ω la frecuencia natural, ζ el coeficiente de amortiguamiento mecánico, y R_{eq} la resistencia equivalente que se obtiene como resultado al conectar en paralelo las resistencias de carga R_l y de fuga R_p . Si se considera que el puente sigue un movimiento armónico de la forma $z_b(x,t) = z_0(x, \bar{\omega}) \exp(i\bar{\omega}t)$, las ecuaciones anteriores pueden reescribirse como

$$(-\bar{\omega}^2 + 2i\bar{\omega}\zeta\omega + \omega^2)y_0(\bar{\omega}) - \frac{\alpha}{m_{eq}}v_0(\bar{\omega}) = \bar{\omega}^2 z_0(x, \bar{\omega}) \quad (2.37)$$

$$\left(i\bar{\omega}C_p + \frac{1}{R_{eq}} \right) v_0(\bar{\omega}) + i\bar{\omega}\alpha y_0(\bar{\omega}) = 0 \quad (2.38)$$

siendo i la representación de la unidad imaginaria.

El coeficiente de amortiguamiento mecánico se puede definir en función de los parámetros de la Figura 2.6, para un sistema de un grado de libertad como

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{k_{eq}m_{eq}}} \quad (2.39)$$

de modo que representa la relación entre el valor del amortiguamiento y el coeficiente de amortiguamiento crítico de la estructura.

La resolución del sistema formado por las Ecuaciones (2.37) y (2.38) permite la obtención del desplazamiento en el extremo libre del dispositivo recolector, así como su voltaje a la salida:

$$y_0(\bar{\omega}) = \frac{\bar{\omega}^2 z_0(x, \bar{\omega})}{2i\bar{\omega}\xi\omega + \omega^2 - \bar{\omega}^2 + i\bar{\omega}\alpha^2/m(i\bar{\omega}C_p + 1/R_{eq})} \quad (2.40)$$

$$v_0(\bar{\omega}) = -\frac{i\bar{\omega}\alpha y_0(\bar{\omega})}{(i\bar{\omega}C_p + 1/R_{eq})} \quad (2.41)$$

Por último, la energía recolectada por el microgenerador se obtiene a través de la integración de la potencia instantánea, cuyo valor disipado por unidad de carga se define como $P_0(\bar{\omega}) = v_0^2/R_l$.

2.3 Sintonización del microgenerador

Un punto crítico en el desarrollo de un microgenerador de energía cuyo rendimiento resulte lo mejor posible reside en que la optimalidad en la generación de energía queda limitada a una banda de frecuencias muy estrecha entorno a la su frecuencia de resonancia. De este modo, la potencia a la salida del microgenerador puede quedar reducida de forma drástica si la frecuencia de excitación se desvía de dicha frecuencia de resonancia [22].

Por este motivo, es de vital importancia una precisa sintonización del sistema recolector de energía entorno a la condición de resonancia de la estructura sobre la que se va a instalar el microgenerador.

En el procedimiento de sintonización del recolector se considera que:

- i) la frecuencia natural del cosechador coincide con la frecuencia fundamental ω_{n1} , la primera frecuencia natural de la estructura
- ii) el factor de amortiguamiento del recolector no varía durante el proceso de sintonización.

La última condición define un diseño del microgenerador para cada puente con un cosechamiento de energía similar independientemente de la frecuencia de sintonización. Con todo lo mencionado se puede definir una longitud de la subestructura L_s y una masa en la punta M_t que sintonizan, según la frecuencia fundamental ω_{n1} , el microrecolector

$$L_s = \sqrt[3]{\frac{3\gamma E_s I_s}{r^{0.5} \omega_{n1} (\beta(\beta(3-\beta)-3)(\gamma-1) + \gamma)}} \quad (2.42)$$

$$M_t = \frac{\sqrt{r}}{\omega_{n1}} - \frac{L_s \rho_s h_s b (\beta^5 \delta (5\beta(\beta-7) + 63) - 35\beta^2(\beta-1)(\beta(\beta-3)(\beta(\beta-3) + 6) + 12))}{140(\gamma - \beta((\beta-3)\beta + 3)(\gamma-1))^2} + \frac{-33(\beta-1)^7 \gamma^2 + 21\beta\gamma(\beta-1)^4(3\beta(\beta-3) + 11))}{140(\gamma - \beta((\beta-3)\beta + 3)(\gamma-1))^2} \quad (2.43)$$

donde r es un parámetro de diseño que representa el producto entre masa y rigidez equivalente del microgenerador. Análisis previos [34] han concluido en que para un espesor de subestructura delgado, un valor representativo del parámetro de diseño óptimo es $r = 16 \text{ kgN/m}$. De forma que será este valor el empleado en los cálculos posteriores de este trabajo.

3 Modelo de Elementos Finitos

Este capítulo tiene como objetivo presentar el modelo desarrollado por medio del programa comercial de elementos finitos *ANSYS* para simular el comportamiento de un dispositivo microrecolector de energía construido a semejanza de los modelos analíticos.

Una vez presentado el desarrollo seguido para la implementación del modelo, se mostrarán una serie de análisis preliminares llevados a cabo para su validación en comparación con los resultados de los cálculos analíticos equivalentes a los descritos en el capítulo anterior, y para concluir se añadirá la resistencia eléctrica al modelo para poder obtener sus funciones de respuesta en voltaje (a través de las funciones de respuesta en frecuencia) y a partir de ellas calcular numéricamente el coeficiente de acoplamiento electromecánico, que servirá para compararse con su valor teórico, en indicación de si el modelo puede aproximar bien el voltaje recolectado.

3.1 Definición

Se van a detallar a continuación los diferentes modelos que se han ido creando durante el desarrollo de este proyecto con el objetivo de poder comparar cada uno de ellos con la solución analítica presentada en el capítulo anterior que está basada en un modelo de viga en voladizo.

Se comenzará presentando un modelo más simple de una viga equivalente, que permite una comparación directa con las ecuaciones teóricas desarrolladas a lo largo del capítulo anterior. Se continuará con un modelo de lámina equivalente y con un modelo de lámina más dos parches de piezoeléctrico, en el que las placas de PZT quedarán por tanto colocadas sobre la línea media (solapadas con la subestructura), y por último, se usará un modelo de elementos sólidos en el que los parches de PZT se colocarán por encima y por debajo de la subestructura.

Los cuatro modelos se analizarán de forma estática como si sus elementos tuvieran densidad nula y estuvieran únicamente sometidos a la acción gravitatoria de la masa colocada en sus extremos para poder asemejarse de una forma más certera al modelo analítico que sólo tiene en cuenta esta carga, con el fin de realizar una comparación más precisa.

3.1.1 Modelo de viga equivalente

Este primer modelo consiste en eliminar los elementos de material piezoeléctrico de modo que las secciones con $x \leq L_p$ se sustituyen por secciones del mismo material que la subestructura y con un espesor equivalente calculado a partir de la inercia que tendría el conjunto de la subestructura con los parches de piezoeléctrico.

Es decir, se calcula la inercia equivalente del modelo simplificado mediante comparación de la rigidez que tendría el sistema completo

$$I_{eq} = \frac{\overline{EI}}{E_s} \quad (3.1)$$

y a partir de su resultado se despeja el espesor equivalente para las secciones $x \leq L_p$ de la expresión

$$I_{eq} = \frac{1}{12} b_s h_{eq}^3 \quad (3.2)$$

mientras que para las secciones $x > L_p$ se mantiene el espesor de la subestructura.

Para el modelaje en *ANSYS* se emplean los siguientes elementos:

- **BEAM 188:** para las dos placas del mismo material y de distinta sección según el modelo descrito que serán tratadas como elementos viga. Este es el elemento más adecuado para tratar un sólido con una dimensión característica mucho mayor a las otras dos, permitiendo definir su longitud y modelar su sección [2].

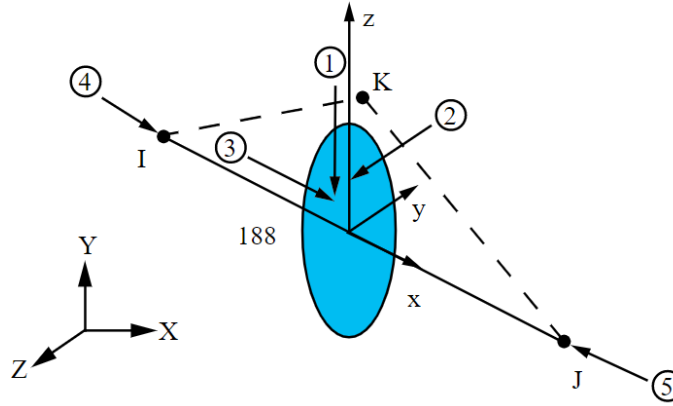


Figura 3.1 Geometría del elemento BEAM188 de *ANSYS* [2].

- **MASS 21:** para la masa colocada en el extremo libre del elemento viga. A través de este elemento se trata como una masa puntual [3].

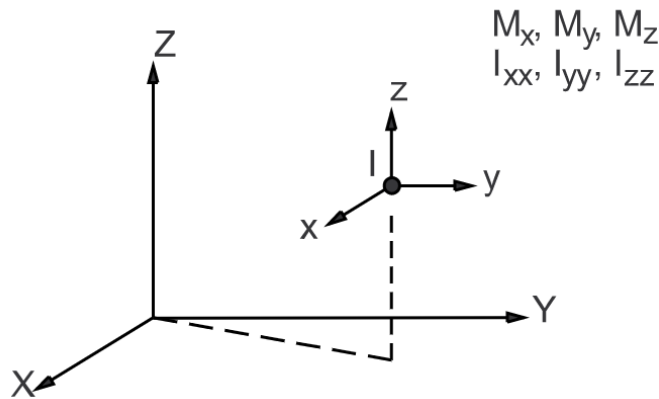


Figura 3.2 Geometría del elemento MASS21 de *ANSYS* [3].

3.1.2 Modelo de lámina equivalente

En este segundo modelo se genera de una forma análoga al de viga equivalente, eliminando los elementos piezoeléctricos en las secciones $x \leq L_p$ y en su lugar se emplean secciones del mismo material que la subestructura y de un espesor h_{eq} , calculado, al igual que en el caso anterior, a partir de la inercia que tendría el modelo completo (ver las Ecuaciones (3.1) y (3.2)).

La diferencia principal reside en el elemento empleado en *ANSYS*, pues se dejarán de lado los elementos unidimensionales tipo viga para dar paso a elementos de tipo lámina en el modelado. Además, al usar elementos bidimensionales se opta por dividir la masa M_t en dos partes iguales que se colocarán en sendas esquinas del extremo libre de la placa, con el fin de evitar posibles discontinuidades en los resultados.

De esta forma, los elementos empleados en este segundo caso para el modelado son:

- **SHELL 281:** para las dos placas del mismo material y de distinta sección según el modelo descrito que serán tratadas, en este caso, como elementos tipo lámina. Este es el elemento más adecuado para tratar estructuras de tipo cáscara delgadas [4]. Como ya se ha mencionado sustituyen a los elementos de tipo viga empleados en el modelo anterior, dotando de más realismo a la aplicación, aunque a su vez se aleja del modelo analítico planteado tratando el microgenerador de energía como si fuera una viga en voladizo.

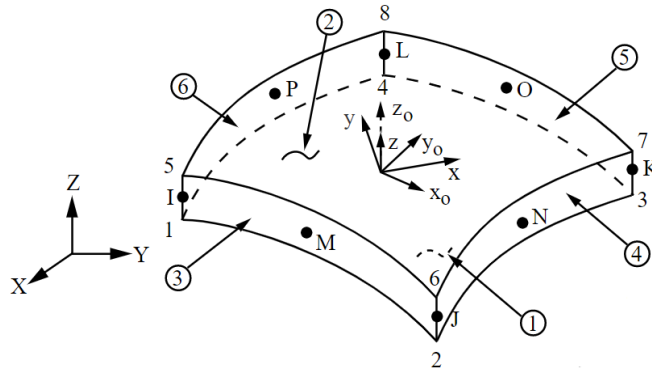


Figura 3.3 Geometría del elemento SHELL281 de ANSYS [4].

- **MASS 21:** para las dos masas de valor $M_t/2$ colocadas sendas esquinas del extremo libre de empotramiento, tratadas como masas puntuales en el modelo [3]. Se colocan en dichas posiciones con el objetivo de obtener unos resultados lo más homogéneos posibles, sin necesidad de plantear una masa distribuida a lo largo de la última sección de la subestructura.

3.1.3 Modelo placa y sólido

En este tercer modelo, al contrario de los dos anteriores, se dejan de establecer equivalencias, empleando solamente placas del material de la subestructura, para tratar de presentar un modelo que se asemeje más a un modelo real de microgenerador de energía formado por dos parches piezoeléctricos entre los que se sitúa la subestructura.

Este modelo representa una primera aproximación al modelo real ya que, al definirse la subestructura como una lámina, los bloques de piezoeléctrico inferior y superior se colocan a partir de la línea media, es decir, se solaparían con la subestructura.

Es necesario hacer mención que, al igual que el modelo de lámina equivalente, para evitar discontinuidades en los resultados se opta por dividir la masa M_t en dos masas iguales de valor $M_t/2$ y colocarlas en sendas esquinas del extremo libre de la placa.

De esta forma, los elementos empleados en este segundo caso para el modelado son:

- **SOLID 226:** para los dos parches de material piezoeléctrico situados sobre la línea media de la subestructura, hacia arriba y hacia abajo. Se elige este tipo de elemento ya que permite poder asignarle al sólido sus propiedades piezoeléctricas, necesarias para el análisis [6], definidas a partir de las matrices que intervienen en la Ecuación (2.1).
- **SHELL 281:** para la placa que representa la subestructura que será tratada como un elemento de tipo lámina. A pesar de tener asignado un espesor, por la definición de este elemento los dos bloques sólidos no lo tienen en cuenta, quedando solapados con esta estructura, es decir, colocados también sobre la línea media.
- **MASS 21:** para las dos masas (puntuales) de valor $M_t/2$ colocadas sendas esquinas del extremo libre de empotramiento, de nuevo con el fin de homogeneizar los resultados en desplazamientos.

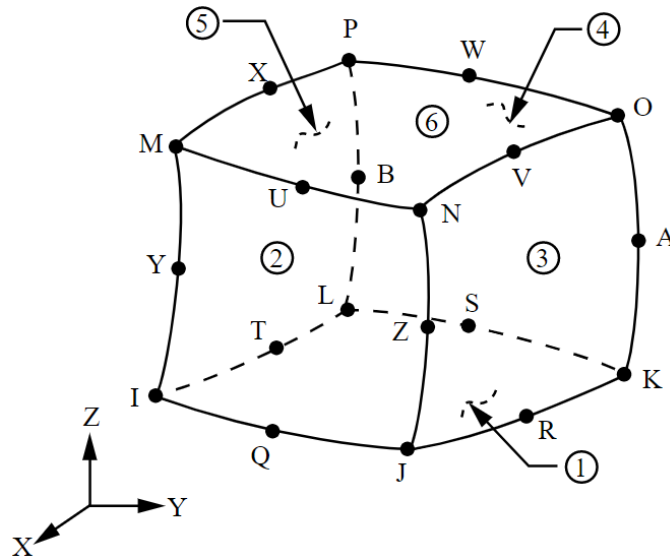


Figura 3.4 Geometría del elemento SOLID226 de Ansys [6].

3.1.4 Modelo de elementos sólidos

En este último modelo, se trata de afinar el modelo anterior de forma que sea lo más cercano posible a un modelo real. Para esto, se colocan los dos parches de material piezoeléctrico por encima y por debajo de la subestructura, que será también un elemento sólido, evitándose así que estos parches se encuentren solapados con ella sobre la línea media.

Dicho de otro modo, la mejora en la aproximación respecto al modelo anterior consiste en que al colocarse los parches piezoeléctricos sí que se considera, con esta nueva formulación, el espesor de la subestructura de modo que esta tendrá un volumen a ambos lados de la línea media y los parches piezoeléctricos se colocarán a ambos lados de ella respetando dicho volumen.

Los elementos empleados en este último caso para el modelado son:

- **SOLID 226:** para los dos parches de material piezoeléctrico situados sobre la subestructura y debajo de ella, que serán tratados como elementos de tipo SOLID226 para poder asignarle sus propiedades piezoeléctricas, al igual que en último modelo.
- **SOLID 186:** para la placa que representa la subestructura que, en este caso, será tratada como un elemento de tipo sólido, ya que el espesor puede que no sea despreciable, y así se evitan pérdidas de rigidez asociadas al menor espesor conjunto en el término inercial. La geometría de este elemento es idéntica la del SOLID226 (ver Figura 3.4), pero tiene una configuración más sencilla estando más limitado en cuanto a posibilidades, no presenta por ejemplo la posibilidad de asignarle propiedades piezoeléctricas, entre muchas otras opciones [5].
- **MASS 21:** para las dos masas de valor $M_i/2$ colocadas sendas esquinas del extremo libre de empotramiento. Nuevamente se escoge una configuración con la masa en la punta dividida para homogeneizar los desplazamientos que se obtienen.

3.2 Validación del modelo analítico

Para validar el modelo es precisa la definición de los materiales y las propiedades geométricas de los elementos que van a intervenir en este primer desarrollo del modelo de elementos finitos que tiene como objetivo asemejarse a un prototipo común de microgenerador de energía. Los materiales empleados en este caso serán: latón para la placa intermedia (subestructura) y un piezoeléctrico del tipo PZT-5A para los parches superior e inferior.

Las características fundamentales de dichos materiales, así como las propiedades geométricas fundamentales para el primer análisis estático y modal de validación del modelo de elementos finitos se resumen en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Propiedades generales de un microgenerador común.

Propiedad	Símbolo	Valor
Densidad de la subestructura	ρ_s [kg/m ³]	9000
Densidad del piezoeléctrico	ρ_p [kg/m ³]	7800
Módulo de Young de la subestructura	E_s [GPa]	105
Módulo de Young del piezoeléctrico	E_p [GPa]	66
Longitud de la subestructura	L_s [mm]	71.6
Ancho de la subestructura	b_s [mm]	31.8
Espesor de la subestructura	h_s [mm]	0.14
Longitud del piezoeléctrico	L_p [mm]	50.8
Ancho del piezoeléctrico	b_p [mm]	31.8
Espesor del piezoeléctrico	h_p [mm]	0.26
Masa en el extremo	M_t [kg]	0.1007

El método que se llevará a cabo para poder terminar confirmando que el modelo desarrollado sea válido consiste en llevar a cabo para cada uno de los cuatro casos de modelo planteados un análisis estático en *ANSYS* para obtener cuál sería su deformada debida al peso propio de la masa en el extremo y comparar con los valores de la deformada que resultan de las Ecuaciones (2.14) y (2.15), según cual sea su posición relativa a lo largo de la viga, es decir, si corresponden a la parte que engloba a los parches piezoeléctricos o se encuentra en las secciones de subestructura libre, respectivamente.

De forma adicional a la comparación de las deformadas se realizará un análisis modal, también con *ANSYS*, para buscar el valor de la primera frecuencia natural, que será la dominante en el comportamiento de la estructura, de cada uno de los modelos y será comparada con la expresión analítica para una viga en voladizo, definida por medio de la expresión

$$\omega_{n1} = \sqrt{k_{eq}/m_{eq}} \quad (3.3)$$

donde los valores de la constante de rigidez y masa equivalente del sistema son las correspondientes a las Ecuaciones (2.17) y (2.16), respectivamente.

3.2.1 Modelo de viga equivalente

En este caso, como se ha explicado anteriormente, el modelo se reduce a un único material que será el latón de la subestructura, y las secciones $x \leq L_p$ tendrán como espesor equivalente:

$$I_{eq} = \frac{1}{12} b_s h_{eq}^3 = \frac{\overline{EI}}{I_s} = 4.45 \times 10^{-13} \text{ m} \quad \longrightarrow \quad h_{eq} = 0.55 \text{ mm} \quad (3.4)$$

Con esta geometría y según el modelo definido, se muestra una representación en verdadera magnitud en la Figura 3.5, por medio de *ANSYS*, del modelo que se va a analizar en primer lugar, y en la Figura 3.6 los desplazamientos en la dirección del eje Y (perpendicular al plano horizontal) que sufre dicho modelo debido a la acción de la gravedad sobre la masa M_t colocada en su extremo calculados por medio de un análisis estático.

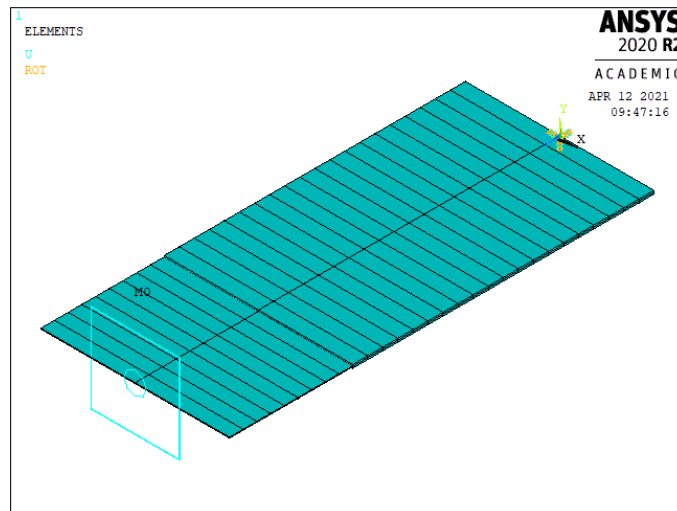


Figura 3.5 Geometría del modelo de viga equivalente.

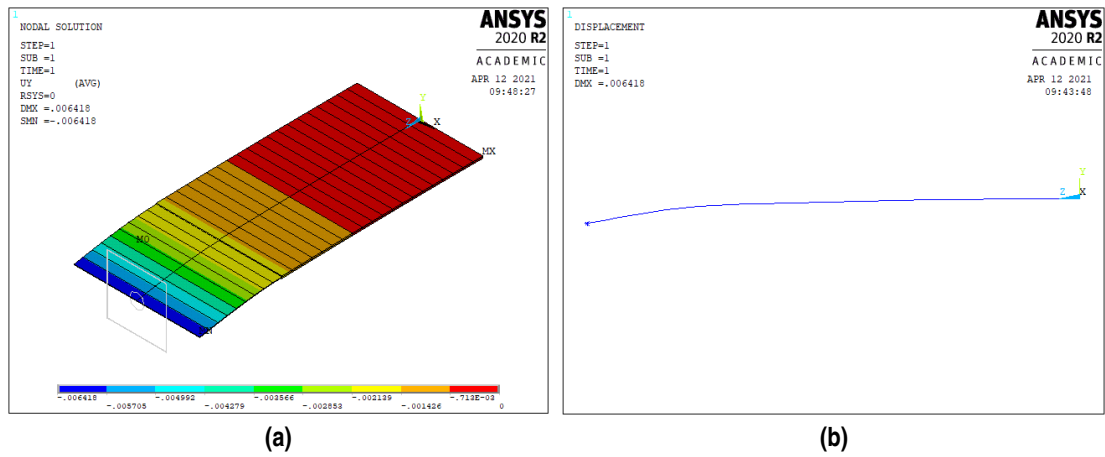


Figura 3.6 Deformada del modelo de viga equivalente.

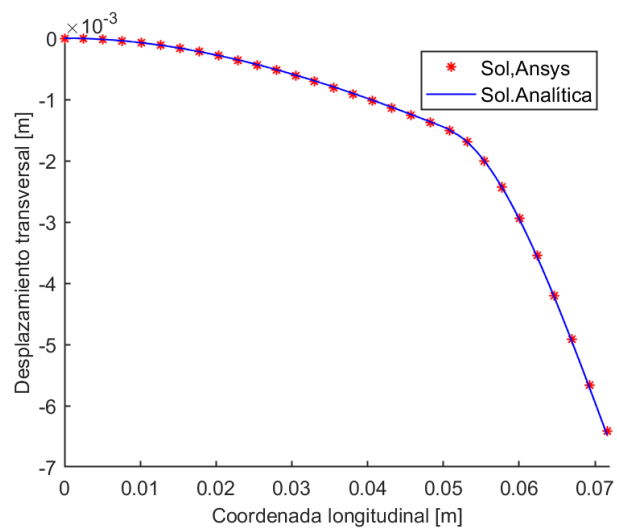


Figura 3.7 Comparativa entre los desplazamientos sufridos en los modelos teórico y viga equivalente.

Tal y como era de esperar por la configuración de la estructura, los desplazamientos crecen a medida que aumenta la distancia al empotramiento. Además, los resultados obtenidos son homogéneos para cada sección ya que en este modelo simplificado se está considerando que las placas están formadas por elementos viga unidimensionales. Estos desplazamientos serán comparados con los obtenidos de forma analítica en la Figura 3.7 con los valores desplazamiento transversal obtenidos en *ANSYS* con los valores teóricos de las Ecuaciones (2.14) y (2.15).

Una vez establecida la comparativa se observa que la solución nodal obtenida por el modelo de elementos finitos, representada mediante asteriscos rojos en la Figura 3.7, se ajusta de una forma muy estricta a la solución teórica analizada con anterioridad (representada en azul), siendo el error medio entre ambos modelos de, tan sólo, un 0.836 %.

Por otro lado, en la siguiente tabla se comparan los valores de la primera frecuencia natural calculada analíticamente, a través de la Ecuación (3.3) y la obtenida en el análisis modal de *ANSYS*.

Frecuencia natural analítica	6.2194 Hz
Frecuencia natural de Ansys	6.2222 Hz
Error relativo	0.0445 %

Teniendo en cuenta ambos resultados se puede concluir que la aproximación prácticamente exacta, como por otra parte debería de ser, ya que la solución analítica está calculada con un modelo de viga equivalente, semejante al que se ha creado y analizado en *ANSYS* como primer paso hacia crear un modelo realista que pueda predecir el comportamiento de un microgenerador de energía basado en vibraciones.

3.2.2 Modelo de lámina equivalente

Una vez validado el primer paso, que tiene una relación muy directa con el analítico de partida se da pie a una primera aproximación más realista al modelo real, substituyendo elementos viga por elementos lámina. Para este caso se puede aprovechar el cálculo de la Ecuación (3.4) para definir el espesor de la placa intermedia de latón como $h_{eq} = 0.55\text{mm}$, ya que la definición empleada en este modelo es similar, siendo el único cambio entre ambos la utilización de un tipo distinto de elementos.

De igual modo que para el modelo anterior se muestra, a través de las representaciones de *ANSYS* el modelo generado (en verdadera magnitud) y la solución nodal correspondiente a los desplazamientos en dirección transversal que tendría la estructura teniendo solamente en cuenta el peso propio de las masas situadas en los extremos.

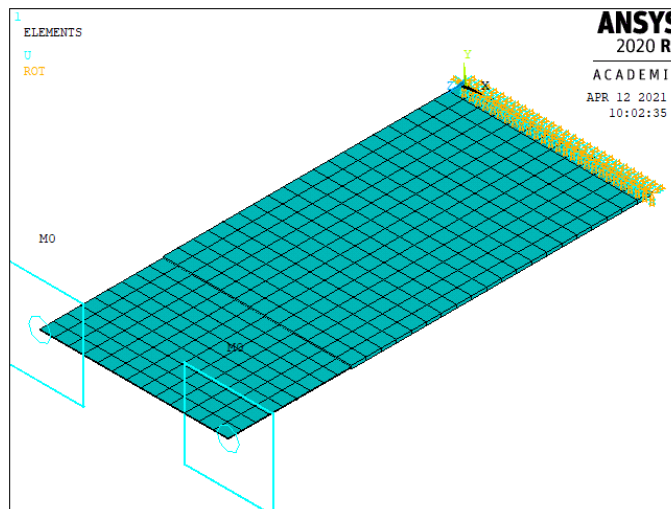


Figura 3.8 Geometría del modelo de lámina equivalente.

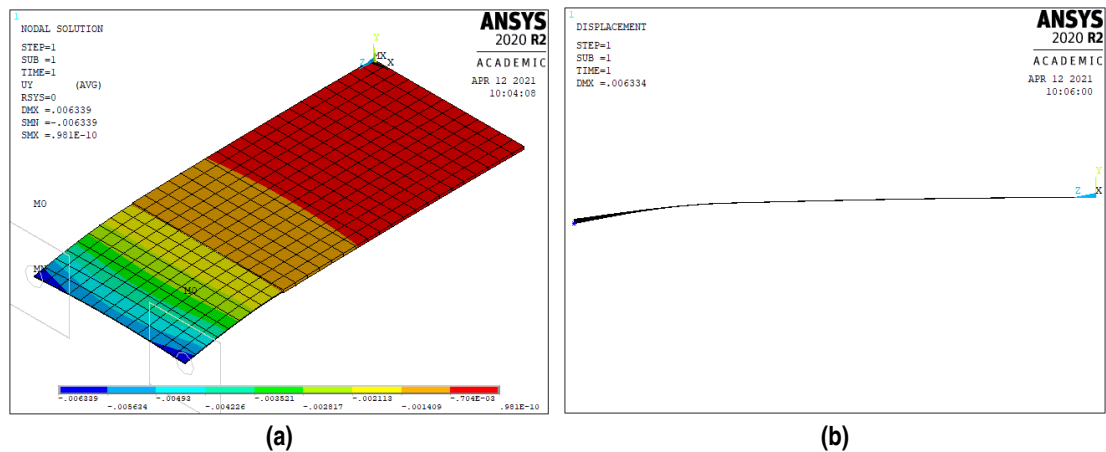


Figura 3.9 Deformada del modelo de lámina equivalente.

Se sigue dando que los desplazamientos son mayores a medida que aumenta la distancia al empotramiento, como es lógico, con la diferencia de que ahora al haber modelado como una lámina se discretizan más elementos de forma que la distribución de desplazamientos solución del problema no es constante a lo largo de cada sección transversal. Además, como cabría haber esperado los desplazamientos son máximos en ambos extremos en los que se sitúan las masas puntuales.

Nuevamente se compara la solución nodal obtenida en *ANSYS* (que en este caso para encontrar una similitud y poder establecer una comparación se toma la correspondiente a los nodos que ocupan la sección longitudinal intermedia) con la solución teórica del modelo analítico. En este caso se puede observar como las dos soluciones se aproximan de una forma muy severa en la parte compuesta por el primer tipo de sección, sin embargo se alejan en la parte de la subestructura aislado, siendo el error relativo medio conjunto entre ambas del 7.66 %.

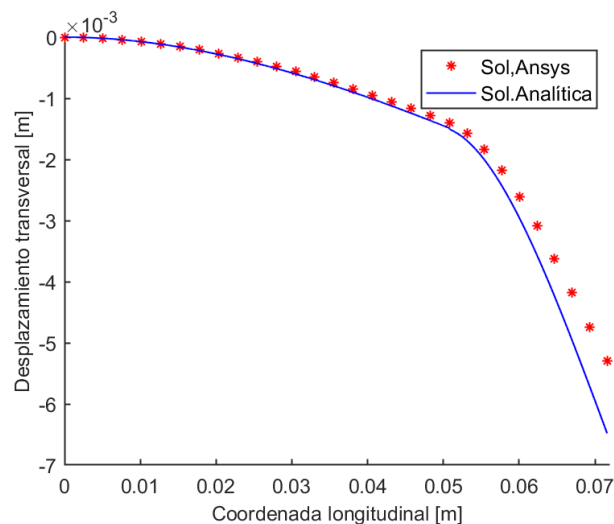


Figura 3.10 Comparativa entre los desplazamientos sufridos en los modelos teórico y lámina equivalente.

Por otro lado, en la siguiente tabla se comparan los valores de la primera frecuencia natural calculada analíticamente, y la obtenida en el análisis modal de *ANSYS*.

Frecuencia natural analítica	6.2194 Hz
Frecuencia natural de Ansys	6.2633 Hz
Error relativo	0.7053 %

La discrepancia en los valores de desplazamiento comparando ambas deformadas se debe a que al variar el modelo respecto al modelo viga equivalente se han situado las cargas en los extremos dándose los mayores valores de desplazamiento en estos, mientras que en la sección intermedia que son los representados los valores quedan por debajo del modelo analítico. Este efecto se acentúa en la parte de subestructura libre ya que al ser la rigidez menor los desplazamientos crecen y hace más visible la diferenciación entre los modelos. Sin embargo, se sigue dando una buena aproximación para el valor de la primera frecuencia natural.

3.2.3 Modelo placa y sólido

En este caso sí que se tienen dos materiales distintos, latón para la subestructura y PZT-5A para los parches superior e inferior, y por tanto sí que se cumplen las características geométricas al completo expuestas en la Tabla 3.1.

Al igual que para los modelos anteriores se muestra, a través de las representaciones de *ANSYS*, primero el modelo generado (en verdadera magnitud) en el que ya se distinguen los parches piezoeléctricos polarizados, y en segundo lugar la solución nodal correspondiente a los desplazamientos transversales que tendría la estructura teniendo solamente en cuenta la acción de la gravedad sobre las masas puntuales situadas en ambos extremos libres de la subestructura.

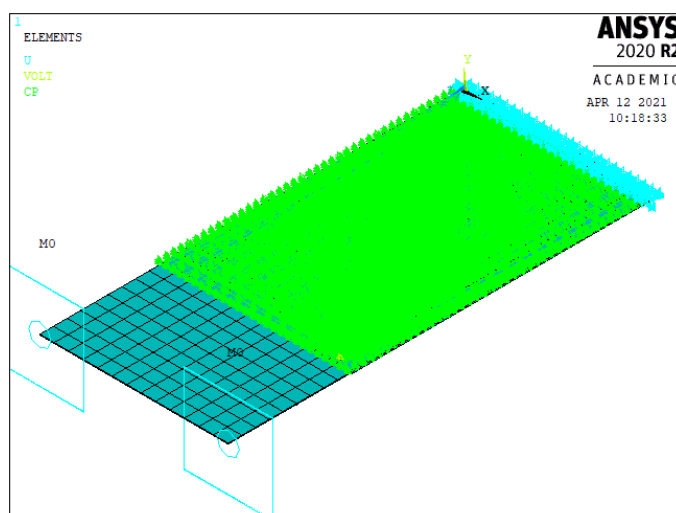


Figura 3.11 Geometría del modelo placa y sólido.

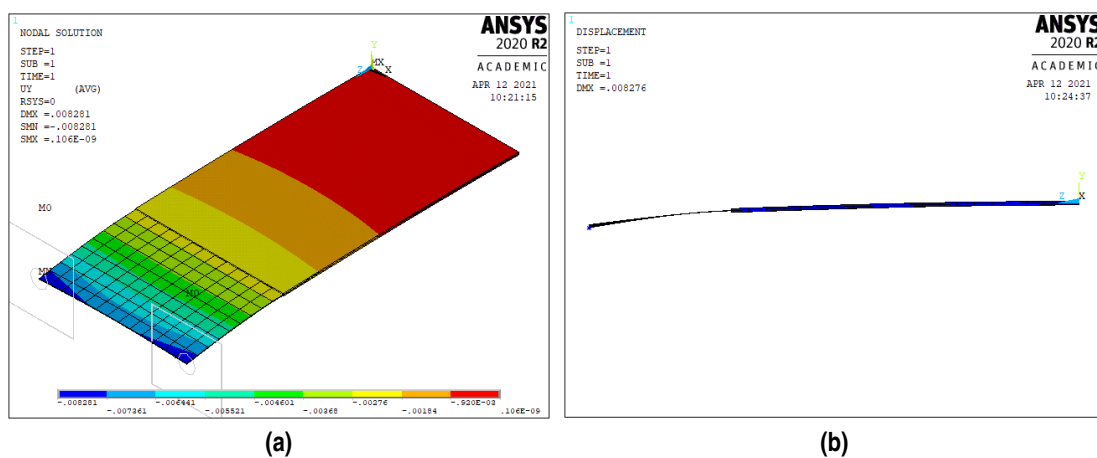


Figura 3.12 Deformada del modelo placa y sólido.

Se repite una distribución lógica en la distribución de desplazamientos similar a la obtenida para el modelo

de lámina equivalente pero en este caso se dan mayores valores en los desplazamientos. Estos mayores resultados se deben a que debido a la configuración elegida, como se comentó en la definición del modelo los parches piezoeléctricos se encuentran solapados con la subestructura sobre la línea media del modelo, de forma que esto se traduce en una menor rigidez equivalente que conlleva a que los desplazamientos verticales sufridos por la estructura sean mayores.

Por este motivo si se comparan los valores de la deformada con la solución nodal de *ANSYS* para la sección longitudinal intermedia de la placa con la solución teórica del modelo analítico (ver Figura 3.13), se establece ahora una solución que, si bien sigue la misma tendencia, no aproxima la curva teórica de una forma tan estricta como pasaba en los modelos anteriores. El error medio entre ambas soluciones es en este caso del 35.7 %.

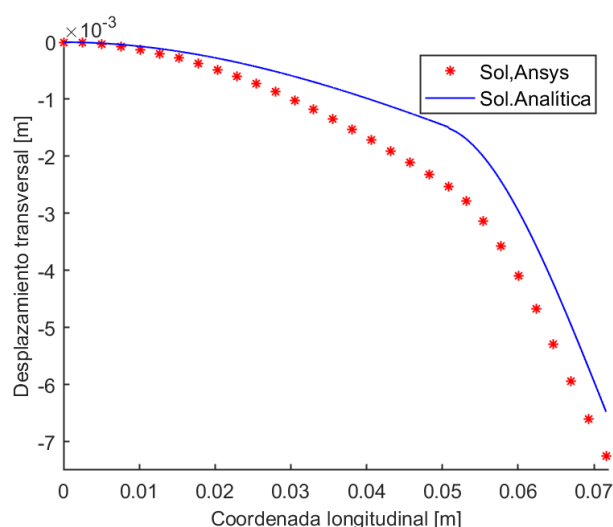


Figura 3.13 Comparativa entre los desplazamientos sufridos en los modelos teórico y placa y sólido.

De nuevo, los resultados analítico y experimental obtenidos sobre el cálculo de la primera frecuencia natural quedan agrupados en la siguiente tabla.

Frecuencia natural analítica	6.2194 Hz
Frecuencia natural de Ansys	5.4796 Hz
Error relativo	11.895 %

En ambos casos, se puede observar que los errores obtenidos en los resultados discrepan de una forma mucho más severa de la solución analítica. Como ya se ha mencionado, esto se debe a que en la modelización se han colocado las dos placas de material piezoeléctrico a partir de la línea media de la subestructura, de forma que están solapadas y se tiene un espesor total más reducido de forma que hay una disminución del momento de inercia respecto al resto de modelos analizados hasta ahora, lo que conlleva un reducción de la rigidez a flexión, teniendo lugar, por lo tanto, desplazamientos notablemente mayores a los que se obtienen con la expresión analítica.

3.2.4 Modelo de elementos sólidos

Igualmente al anterior, se tienen los dos tipos de material y las geometrías coinciden completamente con los datos de la Tabla 3.1, ya que este es el último modelo creado que intentar simular al completo la geometría y comportamiento que tendía un microgenerador real de energía.

Se muestran de nuevo, a través de las representaciones de *ANSYS* el modelo generado (en verdadera magnitud) y la solución nodal correspondiente a los desplazamientos verticales que tendría la estructura teniendo solamente en cuenta el peso propio de las masas situadas en los extremos.

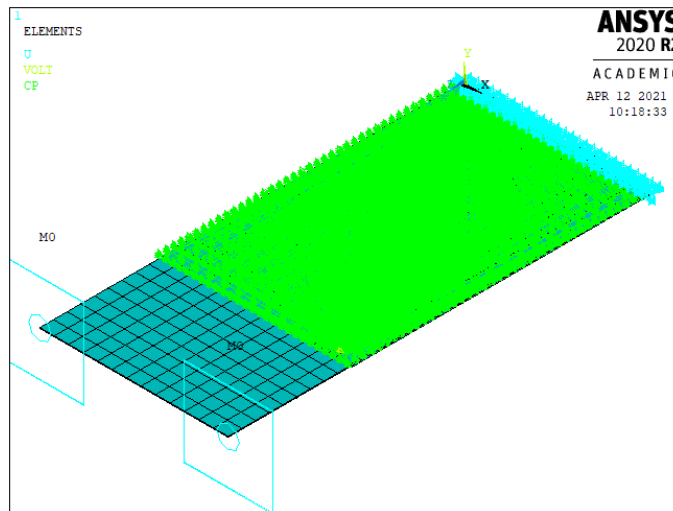


Figura 3.14 Geometría del modelo de elementos sólidos.

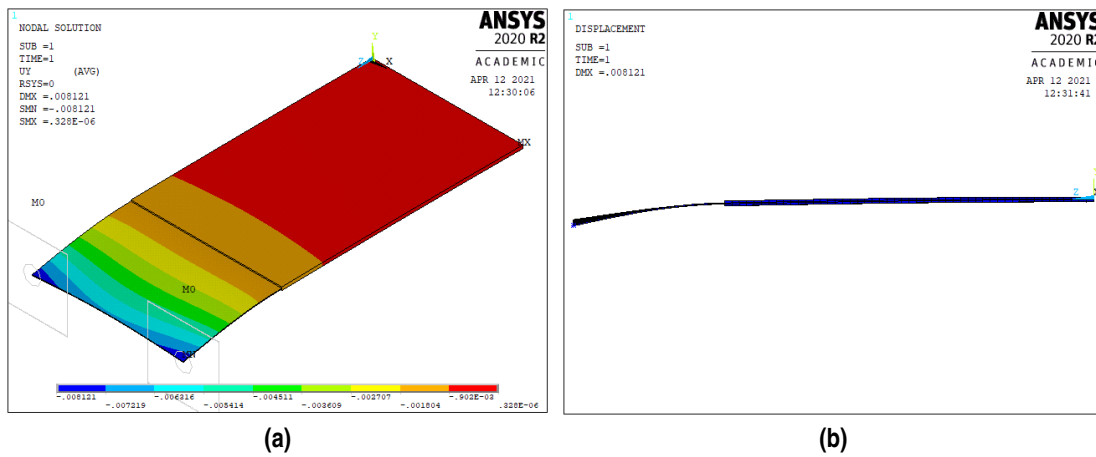


Figura 3.15 Deformada del modelo de elementos sólidos.

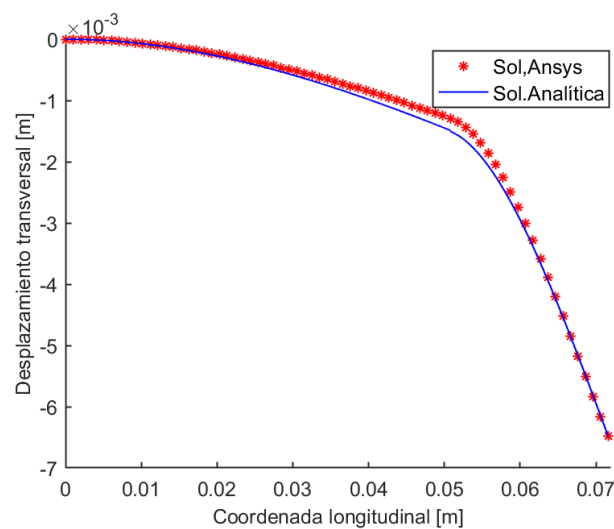


Figura 3.16 Comparativa entre los desplazamientos sufridos en modelos teórico y de elementos sólidos.

Para este último caso, al comparar la solución nodal de *ANSYS* para la sección longitudinal intermedia de la placa con la solución teórica del modelo analítico se obtiene un error medio en la aproximación del 10.7 %, lo que supone un orden de magnitud similar al modelo de lámina equivalente. La solución se aproxima mejor a la analítica que el modelo anterior ya que en este caso los elementos no se solapan por lo que no tiene lugar una pérdida de rigidez asociada en la zona más próxima al empotramiento.

Los valores de la primera frecuencia natural calculados analítica y experimentalmente por medio del modelo de elementos finitos son las mostradas en la tabla siguiente.

Frecuencia natural analítica	6.2194 Hz
Frecuencia natural de Ansys	5.5316 Hz
Error relativo	11.059 %

El error obtenido en esta aproximación es próximo al del último modelo de placa y sólido, de forma que no se aleja de forma excesiva del resultado teórico.

3.2.5 Conclusiones

Las comparaciones entre el modelo teórico con las distintas configuraciones formuladas con el modelo de elementos finitos a través de *ANSYS* relativas a la media de los desplazamientos nodales, así como al cálculo de la primera frecuencia natural, se resumen en la siguiente tabla.

Tabla 3.2 Errores relativos en la comparación con el modelo teórico.

	Deformada	Frecuencia natural
Viga equivalente	0.836 %	0.0445 %
Lámina equivalente	7.66 %	0.705 %
Placa y sólidos	35.7 %	11.9 %
Elementos sólidos	10.7 %	11.1 %

Para garantizar que el modelo funciona bastaría con fijarse en la primera configuración, es decir, la configuración de viga equivalente, ya que es la que formula de un modo riguroso las ecuaciones del modelo teórico, mediante una viga de latón con dos secciones, siendo la más cercana al empotramiento una equivalencia a lo que a los parámetros del sistema compuesto por las placas piezoeléctricas y la subestructura, como ya ha sido explicado anteriormente en la definición del modelo de viga equivalente.

Por lo tanto, se puede garantizar la fidelidad del modelo de elementos finitos a la teoría, ya que al comparar el modelo viga equivalente con el teórico, sometidos ambos únicamente al peso propio de la masa puntual colocada en el extremo libre, se obtienen unos errores relativos menores del 1 % tanto en la representación de los nodos de la deformada como en la aproximación a la primera frecuencia natural.

Para el resto de modelos de elementos finitos la aproximación no tiene por qué ser tan rigurosa, puesto que la propia formulación de estos modelos cambia respecto al modelo teórico al añadir diferentes elementos que tratan de representar de una forma más severa a un transformador piezoeléctrico real. Bastaría con comprobar que la tendencia seguida tiene sentido, de forma que no se aleje de forma excesiva de las deformadas obtenidas de forma analítica.

De este modo, también se puede establecer una garantía de que el resto de modelos funciona y a partir de ahora se aprobará el uso de la configuración de elementos sólidos de ahora en adelante en este proyecto, ya que es la que asemeja de forma más fiel a la realidad.

3.2.6 Confirmación de la validez

Con el objetivo de garantizar que el modelo que se acaba de aceptar como válido, lo es para cualquier modelo de microgenerador, independientemente de sus propiedades, material o geometría, se van a repetir los cálculos de errores asociados a la aproximación entre la solución estática de la deformada al problema de elementos finitos calculada en *ANSYS* y la que se obtiene de forma analítica con las Ecuaciones (2.14) y (2.15). Del mismo modo, se establece a su vez la comparación de la solución modal referente a la primera frecuencia natural y la obtenida a través de la Ecuación (3.3), proceso que ya se ha estado siguiendo anteriormente.

Para ello, en primer lugar se definen en la Tabla 3.3, las propiedades de un nuevo prototipo propuesto de microgenerador piezoeléctrico que se usará con el fin planteado, definido a partir de otros materiales con distintas propiedades y geometrías, a fin de validar la comparación.

Tabla 3.3 Propiedades generales del segundo prototipo propuesto.

Propiedad	Símbolo	Valor
Densidad de la subestructura	ρ_s [kg/m ³]	1160
Densidad del piezoeléctrico	ρ_p [kg/m ³]	7800
Módulo de Young de la subestructura	E_s [MPa]	150
Módulo de Young del piezoeléctrico	E_p [GPa]	62.1
Longitud de la subestructura	L_s [mm]	107.1
Ancho de la subestructura	b_s [mm]	30
Espesor de la subestructura	h_s [mm]	3
Longitud del piezoeléctrico	L_p [mm]	50
Ancho del piezoeléctrico	b_p [mm]	30
Espesor del piezoeléctrico	h_p [mm]	0.2
Masa en el extremo	M_t [kg]	0.0996

Modelo viga equivalente

Análogamente a lo realizado en la Sección 3.1.1, se calcula espesor equivalente que tendría una placa del material de la subestructura (que en este caso es Poliuretano Termoplástico (TPU) [10]) tener la misma rigidez que el modelo completo formado por la lámina intermedia y el piezoeléctrico.

$$I_{eq} = \frac{1}{12} b_s h_{eq}^3 = \frac{\overline{EI}}{E_s} = 7.3053 \times 10^{-6} \text{m} \quad \longrightarrow \quad h_{eq} = 17.2 \text{mm} \quad (3.5)$$

De este modo, todo el modelo será de material TPU, siendo las secciones con $x \leq L_p$, medido desde el empotramiento, de espesor h_{eq} , y las posteriores de espesor h_s . Se muestra a continuación el modelo en verdadera magnitud a través de la representación en ANSYS, así como su deformada vertical sometido al peso propio de la masa colocada en su extremo (recordemos que este modelo está definido a partir de un elemento viga que es unidimensional).

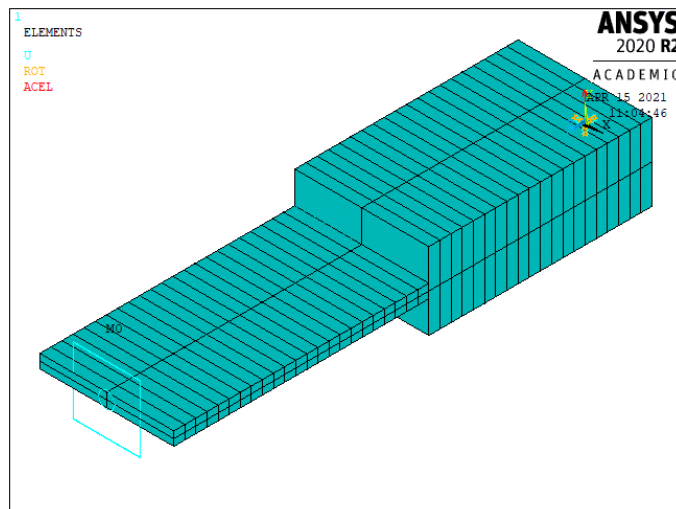


Figura 3.17 Geometría del modelo viga equivalente del segundo prototipo de microgenerador propuesto.

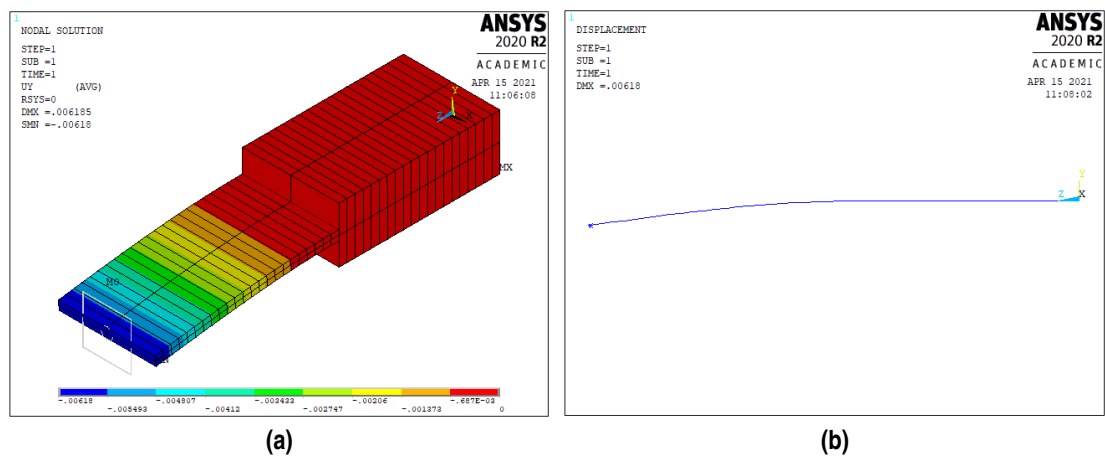


Figura 3.18 Deformada del modelo viga equivalente del segundo prototipo de microgenerador propuesto.

Una vez calculada la respuesta a la acción de la gravedad sobre la carga de valor M_t en su extremo en ANSYS se obtiene la deformada y se puede establecer una relación comparativa con la solución del modelo analítico (representado en la figura siguiente), obteniéndose un error medio en los desplazamientos de cada nodo del modelo del 4.89 %.

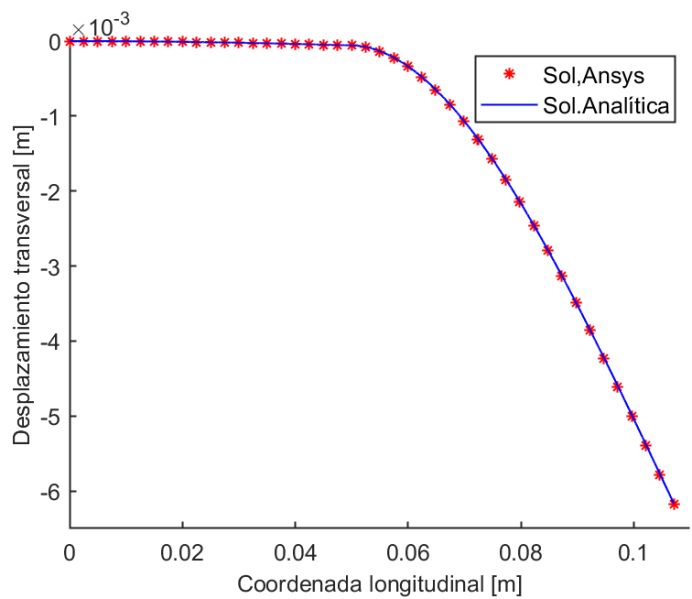


Figura 3.19 Comparativa entre modelos teórico y viga equivalente, para el segundo prototipo de microgenerador propuesto.

Además, se observa nuevamente la homogeneidad en los resultados en cada sección por estar tratando con un elemento unidimensional en la definición del modelo. En cuanto al cálculo modal de la primera frecuencia natural, se resumen los resultados en la siguiente tabla.

Frecuencia natural analítica	6.3029 Hz
Frecuencia natural de Ansys	6.3410 Hz
Error relativo	0.6050 %

Los resultados vuelven a ser muy precisos debido a la fidelidad que presenta este modelo creado en elementos finitos con el modelo analítico estudiado.

Modelo de elementos sólidos

Se toma el mismo modelo de elementos sólidos ya explicado con anterioridad y desarrollado para el primero de los casos en la Sección 3.2.4, cambiando simplemente las geometrías y las propiedades físicas de la subestructura (que está construida de TPU en este caso) y del piezoeléctrico, por las descritas en la Tabla 3.3. Se representa así el modelo de elementos finitos generado en verdadera magnitud a través de la representación de *ANSYS*.

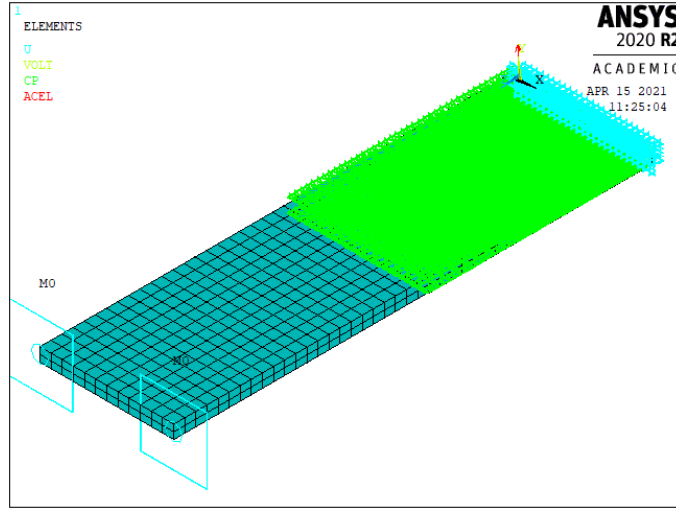


Figura 3.20 Geometría del modelo de elementos sólidos del segundo prototipo de microgenerador propuesto.

En este caso de modelado la carga M_t se divide en dos mitades que estarán colocadas en sendos extremos del extremo libre de la subestructura, con el objetivo de evitar discontinuidades en los resultados obtenidos. De este modo, se muestra a continuación el resultado de la deformada vertical en *ANSYS* sometido el modelo únicamente al peso propio de las dos masas puntuales $M_t/2$.

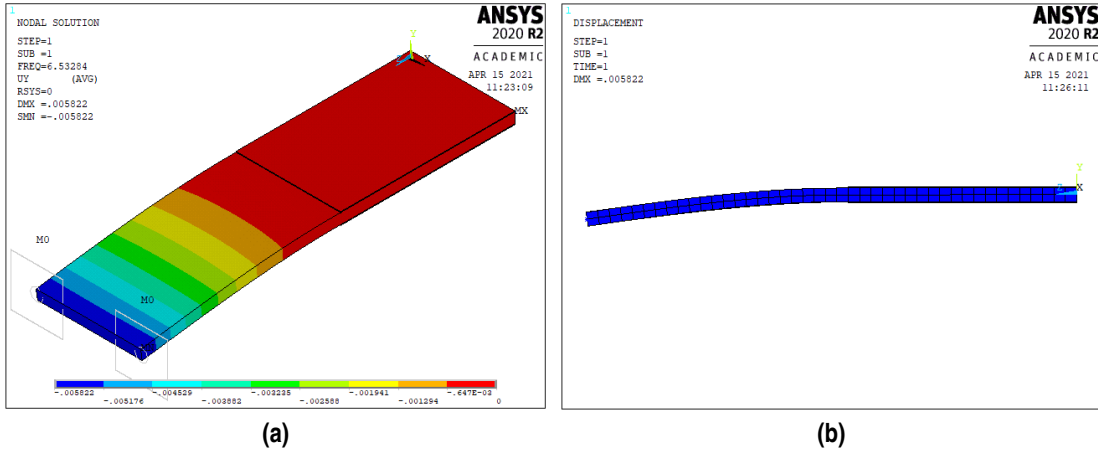


Figura 3.21 Deformada del modelo de elementos sólidos del segundo prototipo de microgenerador propuesto.

Estos resultados son comparados a continuación con la deformada del modelo analítico. Para ello se toman los desplazamientos de la sección longitudinal intermedia. Se observa que los valores obtenidos en el modelo teórico son mayores ya que en la definición del modelo de elementos finitos se producen los mayores desplazamientos en los extremos pues es en estos puntos donde se colocan las cargas puntuales $M_t/2$, no pudiendo ser la comparación establecida una comparación demasiado precisa por la propia definición de ambos modelos.

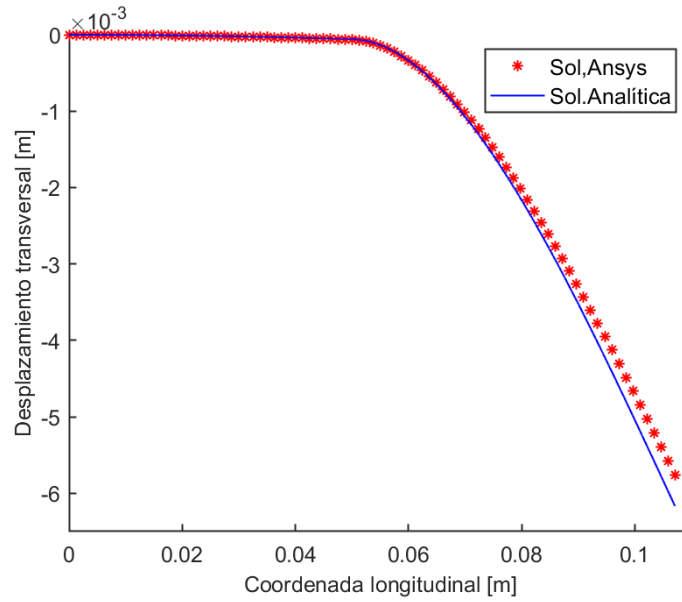


Figura 3.22 Comparativa entre modelos teórico y elementos sólidos, para el segundo prototipo de microgenerador propuesto.

Sin embargo, se puede observar que la tendencia seguida es similar, aún siendo el error relativo medio que se comete al comparar los nodos del modelo de elementos finitos con su correspondiente solución analítica del 13.5 %.

Por su parte, en lo que respecta al cálculo de la primera frecuencia natural, la comparación en los resultados obtenidos es:

Frecuencia natural analítica	6.3029 Hz
Frecuencia natural de Ansys	6.5328 Hz
Error relativo	3.6481 %

Conclusiones

En los resultados de las comparaciones, a pesar de obtenerse errores relativos algo mayores que el primer microgenerador estudiado, toman valores que continúan estando dentro de unos márgenes aceptables; siendo muy buenos para el modelo de viga equivalente que representa de forma fiel al modelo analítico de la comparación, y algo menos precisos para el modelo de elementos sólidos, aunque esto es lógico ya que este se aleja del modelo teórico para aproximarse a un microgenerador real de energía.

Una vez analizados los resultados para dos prototipos de microgenerador distintos se termina validando el modelo presentado para el análisis independientemente de la geometría y material de la subestructura, sirviendo esto de base para el resto de análisis que se desarrollarán en este trabajo. Quedaría en este punto validar también la capacidad del modelo para predecir la cantidad de voltaje que puede generar, lo que se hará estudiando el coeficiente de acoplamiento electromecánico.

3.3 Ajuste de acoplamiento electromecánico

Esta sección estará centrada en el cálculo numérico del coeficiente α , cuya expresión analítica ha sido desarrollada de forma teórica en la Ecuación (2.34), y que representa el ajuste del acoplamiento entre la energía eléctrica producida y la energía mecánica del movimiento del recolector. Para ello, se explicará el procedimiento de obtención de este coeficiente a partir de las funciones de respuesta en frecuencia (FRF) del microgenerador al ser excitado de forma armónica.

Tomando como punto de partida el modelo de elementos sólidos en elementos finitos, el cual se aceptó como válido como conclusión al desarrollo anterior, se añade una resistencia eléctrica a través de la opción *CIRCU94* de *ANSYS*, que es compatible con el elemento *SOLID226*, a partir del que se habían modelado

previamente los dos parches de piezoeléctrico. Este elemento adicional puede definirse como una resistencia ajustado $KEYOPT(1)=0$.

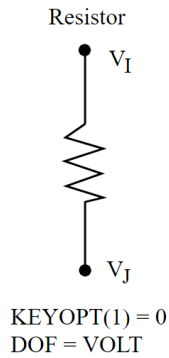


Figura 3.23 Elemento CIRC94 de ANSYS, ajustado en forma de resistencia.

Esta resistencia eléctrica actuará como resistencia de carga, R_l y estará conectada en paralelo entre los electrodos inferior y superior. Una vez completado el modelo será sometido a un análisis armónico en un rango de frecuencias próximo a la primera frecuencia natural del microgenerador que será sintonizado como se explica en la Sección 2.3 para que coincida con la frecuencia de resonancia de la estructura en la que será instalado.

En el caso de estudio se elige una frecuencia fundamental de 6.3Hz, tomada de los estudios [22] realizados sobre el puente de la línea de alta velocidad Madrid-Sevilla que cruza el río Jabalón, compuesto por tres vanos idénticos simplemente apoyados de longitud $L_b = 24\text{m}$.

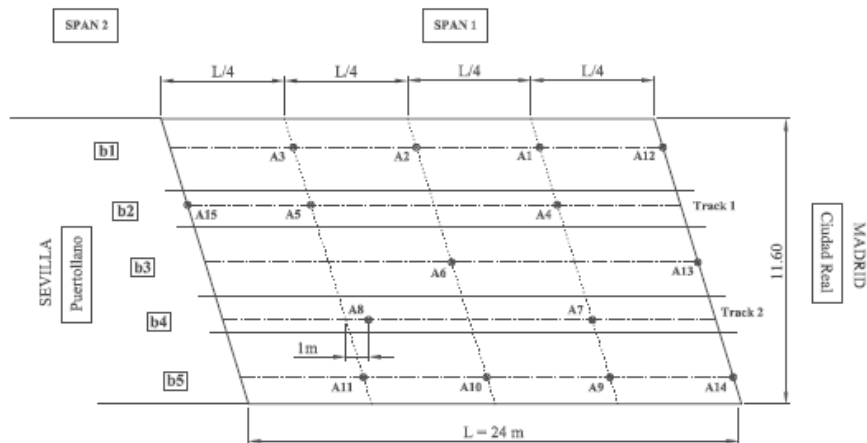


Figura 3.24 Puente sobre el río Jabalón ($38^{\circ}53'51.3''\text{N}$ $3^{\circ}57'53.0''\text{W}$) [?].

A través del mencionado análisis armónico transitorio se obtendrá numéricamente la respuesta de la

estructura a la excitación para un número determinado de frecuencias alrededor de la primera frecuencia natural. Concretamente, se realizará la simulación para un rango de entre 3Hz y 10Hz con un paso de 0.1Hz. Dicha respuesta vendrá dada por la aceleración en la punta del recolector, y por el voltaje producido que es proporcional a ella y se puede calcular gracias a la inclusión de la resistencia de carga.

Con los resultados obtenidos de aceleración y voltaje en el microgenerador, que vendrán dados por una parte real y una imaginaria, se pueden representar el módulo de las funciones de respuesta en frecuencia en aceleración y en voltaje, sin más que dividir dichos valores entre el valor de la gravedad, 9.81m/s, y teniendo en cuenta que el módulo será, en cada caso, la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sendas partes real e imaginaria.

$$|FRF| = \sqrt{FRF_{real}^2 + FRF_{imag}^2} \quad (3.6)$$

Una vez obtenidos los resultados del análisis transitorio, se puede representar una curva con valores analíticos obtenidos a través de la experimentación en *ANSYS*. Esta curva se empleará para, con la ayuda de la función *fitnlm()* de *MATLAB* [29], realizar un ajuste de regresión no lineal de las expresiones teóricas de los módulos de las FRF en aceleración y voltaje

$$FRF_{acc} = \frac{-\omega^2}{2i\omega\xi\omega_{n1} + \omega_{n1}^2 - \omega^2} \quad (3.7)$$

$$FRF_{vol} = \frac{-\alpha i\omega}{C_p i\omega + \frac{1}{R_l(-\omega^2 + \omega_{n1}^2 + 2i\xi\omega_{n1}\omega + \frac{\alpha^2 i\omega}{m(2iC_p + 1/R_l)})}} \quad (3.8)$$

a las propias curvas experimentales y de este modo obtener el coeficiente de amortiguamiento y el coeficiente de ajuste electromecánico.

La función *fitnlm()* de *MATLAB* [29] realiza un ajuste de regresión no lineal dadas las expresiones de dos curvas, y se basa en cuatro argumentos básicos de entrada para dar como salida el parámetro o parámetros buscados, que mejor ajusta la expresión de una curva determinada a otra dada. Su notación es *lnm = fitnlm(x,objectiveFun,modelFun,StartingValues)*, donde:

- *x* : es la variable de la que dependen tanto la función objetivo, como la función que se quiere aproximar.
- *objectiveFun*: es la función objetivo (a la que se quiere establecer la comparación), escrita en función de la variable dada. En el caso presentado representa a las FRF experimentales obtenidas con el modelo de elementos finitos
- *modelFun = @([y,z],x)* : es la función que se quiere aproximar en función de la variable fundamental *x*. Adicionalmente, se ha de indicar el parámetro o parámetros, *[y,z]*, cuyo valor se quiere ajustar sobre la curva objetivo.
- *StartingValues* : se corresponden con los valores iniciales que han de tomar el parámetro o parámetros *[y,z]* de la función que se pretende aproximar a la función objetivo. Son necesarios para poder iniciar el proceso de ajuste.

Una vez descrito el funcionamiento de la función a usar para realizar el ajuste, se describe el proceso seguido, que consta de dos partes diferenciadas:

1. Realización de un ajuste de regresión no lineal de la curva teórica de la FRF en aceleración (Ecuación (3.7)) a su análoga calculada de forma experimental para la obtención del coeficiente de amortiguamiento. Como condición inicial (que resulta necesaria como argumento de entrada de la función *fitnlm()*) se tomará $\xi = 0.02$ para todos los casos del estudio. El resultado obtenido será el valor de ξ que mejor aproxima la Ecuación (3.7) a la correspondiente curva experimental.
2. Una vez conocido ξ , se procede a ejecutar un nuevo ajuste de regresión no lineal. Esta vez se pretende ajustar la curva de la FRF de voltaje (Ecuación (3.8)) a su correspondiente analítica y de este modo cumplir el objetivo de obtener el coeficiente de acoplamiento electromecánico, α . En este caso, la condición inicial será el resultado de la expresión teórica de dicho coeficiente, definida en la Ecuación (2.34), y dependerá, por tanto, de las propiedades del modelo estudiado. Nuevamente, el resultado obtenido será el valor de α que mejor aproxima la Ecuación (3.8) a la curva experimental que le corresponde.

Una vez llevado a cabo este proceso se podría comparar el valor del coeficiente de acoplamiento electromecánico obtenido con su resultado analítico para establecer la validez del modelo completo de microgenerador de energía. Se deja este análisis para el capítulo siguiente ya que se necesitan presentar primero las propiedades de los modelos que se van a analizar.

4 Análisis Paramétrico

En este capítulo se empezará describiendo las propiedades de los distintos materiales que se van a estudiar como alternativas al modelo. A partir de ellos se calcularán los valores experimentales de los coeficientes de acoplamiento electromecánico para cada caso, comparándolos con los resultados teóricos para establecer la validez del modelo completo en elementos finitos como herramienta para el análisis de la recolección de energía. Una vez validado el modelo de elementos finitos se implementará un estudio de sensibilidad de la influencia que tienen diferentes materiales y espesores de la subestructura sobre las funciones de respuesta en frecuencia del microgenerador, que serán proporcionales a la cantidad de energía que es posible cosechar.

4.1 Descripción de los materiales analizados

Parches piezoeléctricos

Solamente se propone un material para estos elementos en el análisis:

- **PZT PIC255**, un material cerámico combinación de zirconato de plomo ($PbZrO_3$) y titanato de plomo ($PbTiO_3$). Sus propiedades relevantes para el estudio, tanto geométricas como electromecánicas (para las cuales servirán de ayuda las matrices definidas en la Sección 2.1), se describen a continuación [31].

Tabla 4.1 Propiedades geométricas y electromecánicas del piezoeléctrico.

Propiedad	Símbolo	Valor	Unidad
Densidad del piezoeléctrico	ρ_p	7800	kg/m ³
Módulo de Young del piezoeléctrico	E_s	$1/s_{11}^E$	Pa
Longitud del piezoeléctrico	L_p	50	mm
Ancho del piezoeléctrico	b_p	30	mm
Espesor del piezoeléctrico	h_p	0.2	mm
Permitividad en el vacío	ϵ_0	8.854×10^{-12}	F/m
Coeficientes de permitividad piezoeléctrica	ϵ_{11}	$1649 \cdot \epsilon_0$	F/m
	ϵ_{33}	$1750 \cdot \epsilon_0$	F/m
Coeficientes de compliancia elástica	s_{11}^E	15.9×10^{-12}	m ² /N
	s_{12}^E	-5.699×10^{-12}	m ² /N
	s_{13}^E	-7.376×10^{-12}	m ² /N
	s_{33}^E	20.97×10^{-12}	m ² /N
	s_{44}^E	44.92×10^{-12}	m ² /N
	d_{15}	5.35×10^{-10}	C/N
Coeficientes de carga piezoeléctrica	d_{31}	-1.74×10^{-10}	C/N
	d_{33}	3.94×10^{-10}	C/N
Resistencia de carga conectada	R_l	1	k Ω

Subestructura

Para este elemento del microgenerador se presentan tres alternativas de filamentos poliméricos que pueden agruparse para formar una placa a partir de los métodos de impresión tridimensional. Para los tres se estudiarán las mismas geometrías de subestructura en cuanto a su ancho (que coincidirá con el del piezoeléctrico) y espesor, para el que se presentarán tres alternativas a fin de ser comparados sus resultados; mientras que, la longitud de la subestructura dependerá de su sintonización a una frecuencia determinada. Las características fundamentales para el análisis de los tres materiales propuestos como alternativa se presentan a continuación:

- **PLA**, o ácido poliláctico, que es un termoplástico biodegradable fabricado a partir de recursos orgánicos, gracias a la fermentación de una fuente de carbohidratos como puede ser el almidón de maíz [9].

Tabla 4.2 Propiedades de la subestructura de PLA.

Propiedad	Símbolo	Valor	Unidad
Densidad de la subestructura	ρ_s	1240	kg/m ³
Módulo de Young de la subestructura	E_s	3.12	GPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.33	-
Ancho de la subestructura	b_s	30	mm
Espesor de la subestructura	h_s	[1,2,3]	mm
Longitud de la subestructura	L_s	<i>Ec. (2.42)</i>	mm
Masa en el extremo	M_t	<i>Ec. (2.43)</i>	kg

La longitud de la subestructura y la masa en punta del recolector dependen de otros parámetros, puesto que es preciso sintonizar el microgenerador a la primera frecuencia natural de la estructura sobre la que se encuentra empotrado para optimizar su rendimiento, como ya ha sido desarrollado con anterioridad (ver Ecuaciones (2.42) y (2.43)). En cuanto al espesor, se realizarán análisis considerando 1,2 y 3 milímetros para cada posible material con el objetivo final de estudiar la influencia de este factor.

De este modo, la longitud de la subestructura de PLA y la masa a colocar en el extremo necesarias para lograr la sincronización del microgenerador a la frecuencia de 6.3Hz, correspondiente a la primera frecuencia natural de vibración de la estructura sobre la que se pretende colocar son para cada relación de espesor:

Espesor [mm]	L_s [mm]	M_t [kg]
1	101.3	0.1006
2	153.2	0.0992
3	205.1	0.0968

- **ABS**, o acrilonitrilo butadieno estireno, que es un polímero amorfo procedente de la emulsión o polimerización en masa de acrilonitrilo y estireno en presencia de polibutadieno [8]. Sus propiedades fundamentales para este estudio son:

Tabla 4.3 Propiedades de la subestructura de ABS.

Propiedad	Símbolo	Valor	Unidad
Densidad de la subestructura	ρ_s	1040	kg/m ³
Módulo de Young de la subestructura	E_s	2.60	GPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.35	-
Ancho de la subestructura	b_s	30	mm
Espesor de la subestructura	h_s	[1,2,3]	mm
Longitud de la subestructura	L_s	<i>Ec. (2.42)</i>	mm
Masa en el extremo	M_t	<i>Ec. (2.43)</i>	kg

En este caso, las longitudes de la subestructura de ABS y la masa a colocar en la punta de dicha subestructura para conseguir la sincronización a la frecuencia de 6.3Hz son, para cada uno de los espesores que incluye el análisis:

Espesor [mm]	L_s [mm]	M_t [kg]
1	98.4	0.1007
2	147.3	0.0996
3	196.3	0.0977

- **TPU**, o poliuretano termoplástico, es un polímero termoplástico, con comportamiento elastomérico que puede ser conformado por algunos de los procesos de conformado para termoplásticos, como moldeo por inyección y extrusión[10].

Tabla 4.4 Propiedades de la subestructura de TPU.

Propiedad	Símbolo	Valor	Unidad
Densidad de la subestructura	ρ_s	1160	kg/m ³
Módulo de Young de la subestructura	E_s	0.15	GPa
Coefficiente de Poisson	ν	0.4	-
Ancho de la subestructura	b_s	30	mm
Espesor de la subestructura	h_s	[1,2,3]	mm
Longitud de la subestructura	L_s	Ec. (2.42)	mm
Masa en el extremo	M_t	Ec.(2.43)	kg

Para la sincronización a la frecuencia de 6.3Hz, en este caso, y en función del espesor de la subestructura, se tienen las siguientes longitudes de subestructura de TPU y masas a colocar en el extremo libre del microgenerador:

Espesor [mm]	L_s [mm]	M_t [kg]
1	69	0.1009
2	88.2	0.1004
3	107.4	0.0996

4.2 Cálculo del coeficiente de acoplamiento electromecánico

Una vez conocidos las propiedades del material cerámico del que estarán formados los parches piezoeléctricos, así como las tres alternativas de material polimérico propuestas para la subestructura, se van a presentar los resultados del cálculo numérico del coeficiente α de acoplamiento electromecánico basado en el ajuste no lineal de las curvas de FRF analíticas a las experimentales, como se describió de forma detallada en la Sección 3.3; realizando un primer ajuste a la FRF en aceleración para obtener el coeficiente ξ numéricamente, y posteriormente mediante un ajuste a la FRF en voltaje, obtener el coeficiente α que predice el modelo numérico.

Con este fin se van a exponer, para cada material y espesor de la subestructura, las curvas de la FRF en aceleración y en voltaje experimentales obtenidas a través del modelo de elementos finitos desarrollado, y sus correspondientes curvas teóricas y teóricas ajustadas. Mediante las últimas se obtienen los coeficientes buscados ya que representan el mejor ajuste posible a las curvas de FRF experimentales de las ecuaciones de FRF. Finalmente, se compararán los valores de dichos coeficientes con sus valores analíticos asociados para comprobar la fidelidad del modelo a la hora de calcular los voltajes obtenidos a través de la vibración.

Subestructura de PLA

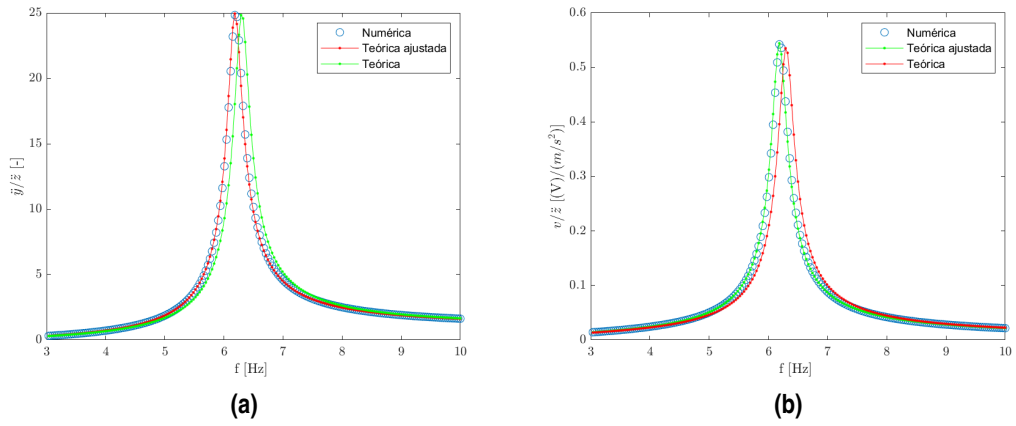


Figura 4.1 Comparativa de la FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de PLA de 1mm.

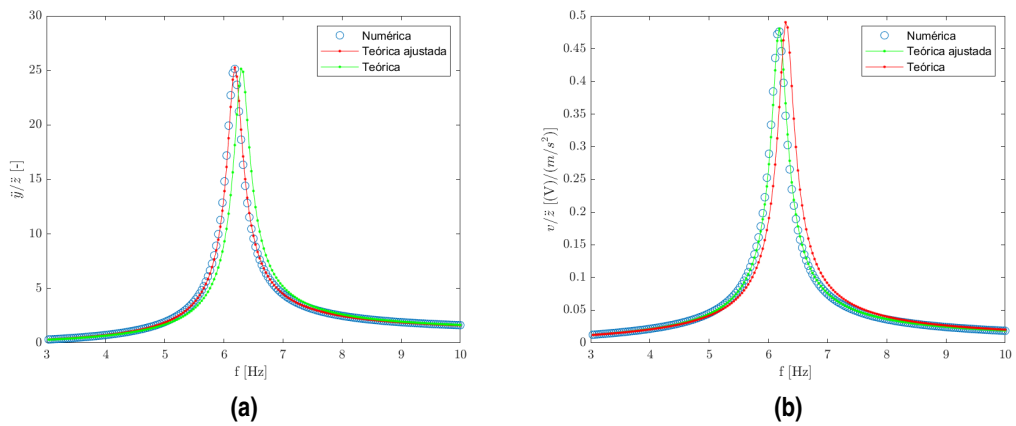


Figura 4.2 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de PLA de 2mm.

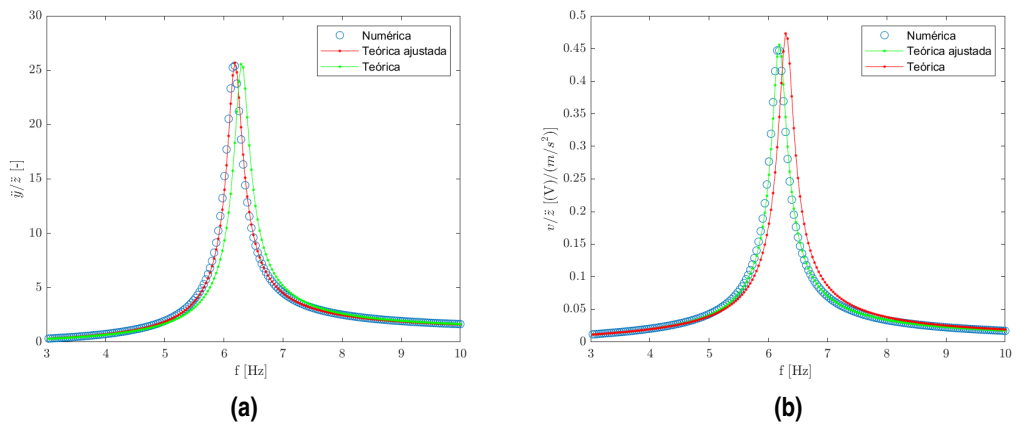


Figura 4.3 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de PLA de 3mm.

Subestructura de ABS

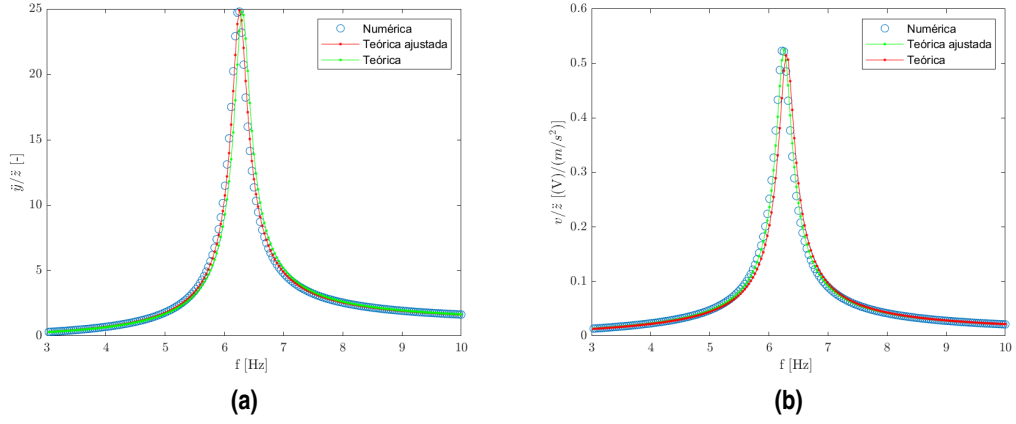


Figura 4.4 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de ABS de 1mm.

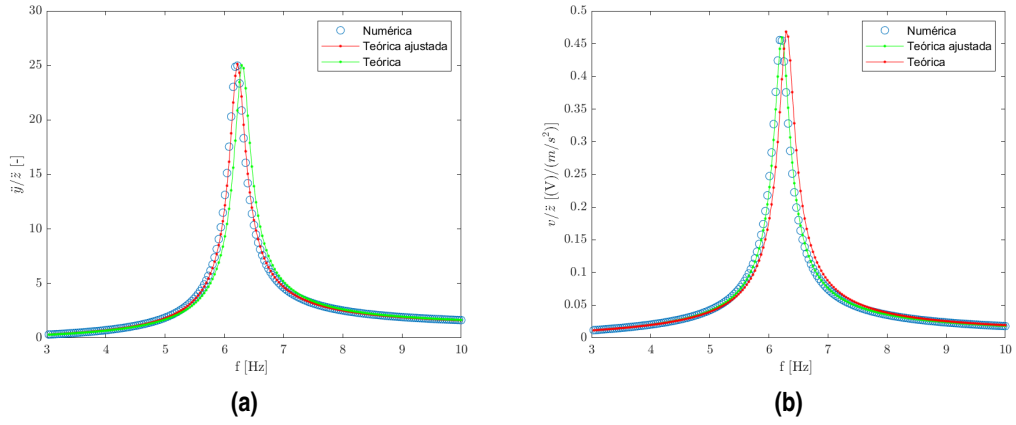


Figura 4.5 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de ABS de 2mm.

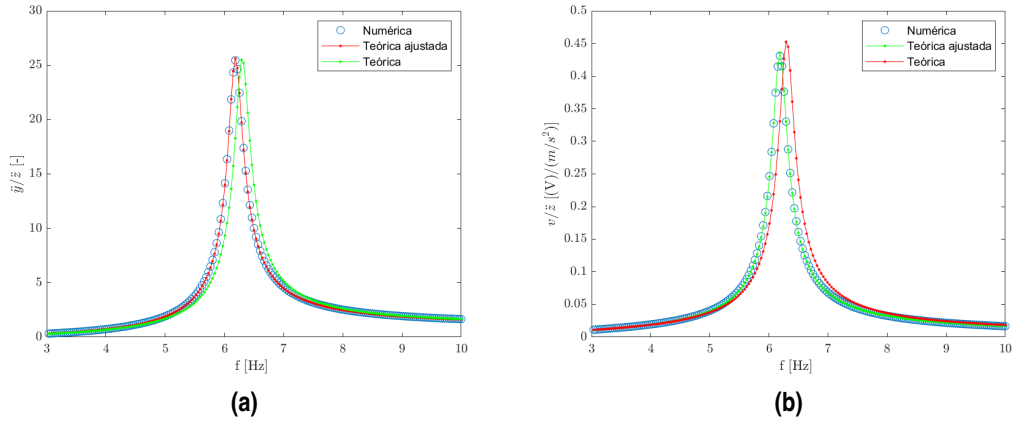


Figura 4.6 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de ABS de 3mm.

Subestructura de TPU

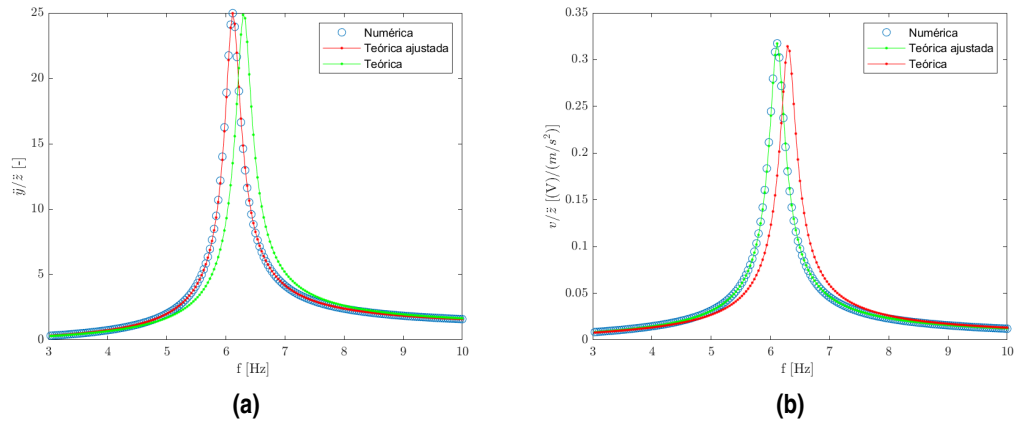


Figura 4.7 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de TPU de 1mm.

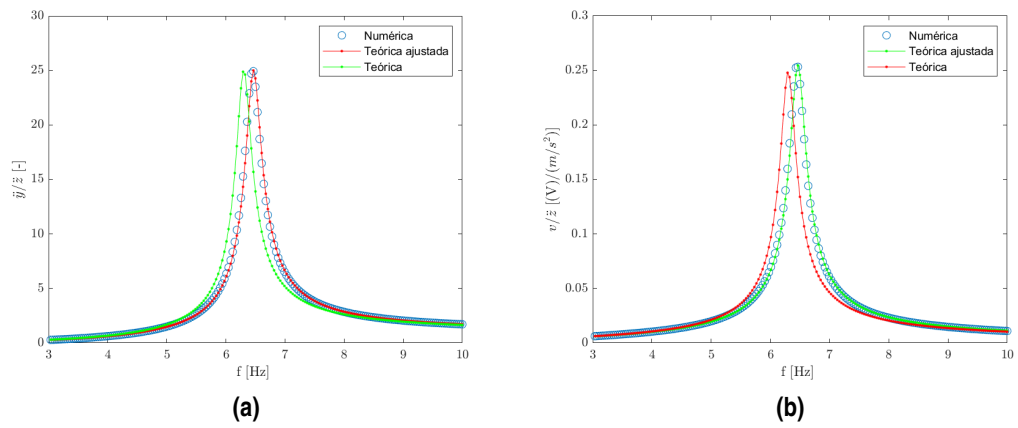


Figura 4.8 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de TPU de 2mm.

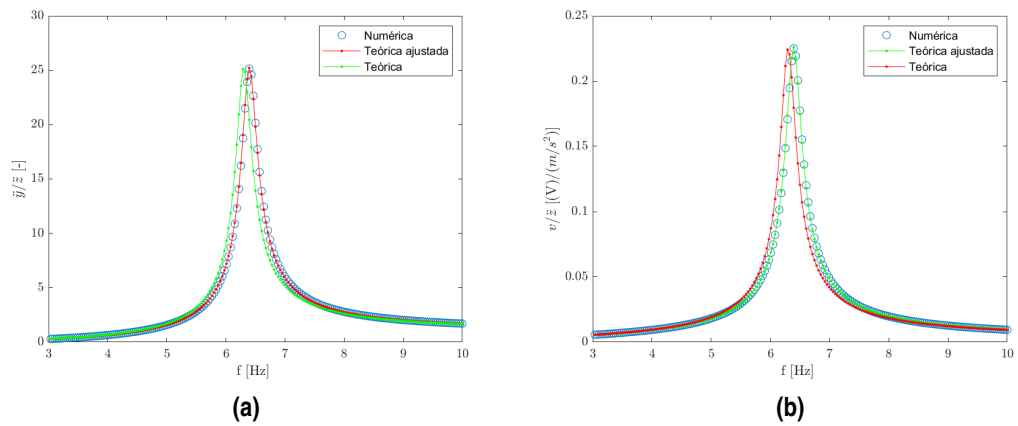


Figura 4.9 Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de TPU de 3mm.

Coeficientes obtenidos

A continuación, se muestran los resultados que se han obtenido a partir del ajuste entre las curvas representadas. En primer lugar los valores del coeficiente de amortiguamiento ξ que se obtiene del primer ajuste a las curvas experimentales de la FRF en aceleración.

Tabla 4.5 Comparación de valores teóricos y numéricos del coeficiente de amortiguamiento ξ .

Material	Espesor [mm]	Valor teórico [-]	Valor numérico [-]	Error relativo [%]
PLA	1	0,02000	0,02003	0,14
PLA	2	0,02000	0,01978	1,09
PLA	3	0,02000	0,01946	2,72
ABS	1	0,02000	0,02007	0,35
ABS	2	0,02000	0,01989	0,57
ABS	3	0,02000	0,01951	2,44
TPU	1	0,02000	0,02002	0,09
TPU	2	0,02000	0,02000	0,01
TPU	3	0,02000	0,01982	0,88

Si se calcula el error relativo en la aproximación por medio del método de elementos finitos como el cociente entre el valor absoluto de la diferencia entre los valores teórico y experimental y el valor teórico, en cada caso, se puede comprobar que el modelo proporciona muy buenos resultados en lo que respecta al cálculo del coeficiente de amortiguamiento ξ .

Por tanto, se puede validar el cálculo de este coeficiente de forma experimental. Los resultados obtenidos han sido empleados a su vez como entrada para el ajuste a la FRF en voltaje que proporciona el valor experimental del coeficiente de acoplamiento electromecánico.

Tabla 4.6 Comparación de valores teóricos y numéricos del coeficiente de acoplamiento electromecánico α .

Material	Espesor [mm]	Valor teórico [F]	Valor numérico [F]	Error relativo [%]
PLA	1	$8,5515 \times 10^{-4}$	$8,5127 \times 10^{-4}$	0,45
PLA	2	$7,7341 \times 10^{-4}$	$7,4140 \times 10^{-4}$	4,14
PLA	3	$7,3351 \times 10^{-4}$	$6,9138 \times 10^{-4}$	5,74
ABS	1	$8,2443 \times 10^{-4}$	$8,3202 \times 10^{-4}$	0,92
ABS	2	$7,4210 \times 10^{-4}$	$7,1649 \times 10^{-4}$	3,45
ABS	3	$7,0364 \times 10^{-4}$	$6,6296 \times 10^{-4}$	5,78
TPU	1	$5,0033 \times 10^{-4}$	$4,8881 \times 10^{-4}$	2,30
TPU	2	$3,9404 \times 10^{-4}$	$4,1410 \times 10^{-4}$	5,09
TPU	3	$3,6049 \times 10^{-4}$	$3,5327 \times 10^{-4}$	2,00

En este caso si se estudian los errores relativos, calculados de forma análoga a los anteriores, se puede observar que resultan ligeramente mayores que en el cálculo del primer coeficiente. Esto se debe a que se están acumulando los errores producidos para ambos cálculos, ya que el coeficiente de acoplamiento electromecánico depende del coeficiente de amortiguamiento.

Sin embargo, en ninguno de los casos el error relativo en el cálculo de este último coeficiente supera el 6 %, por lo que se puede validar la aproximación del modelo de elementos finitos a la obtención de este coeficiente y, por lo tanto, a la predicción en el cálculo del voltaje de salida como resultado de las excitaciones estudiadas, que era el objetivo principal perseguido en este trabajo.

Por tanto, se concluye que el modelo creado puede emplearse para predecir la cantidad de energía que puede generarse como salida a partir de una excitación dada, en función de unos determinados parámetros, como las propiedades de los materiales que se quieran emplear y su geometría.

La importancia de la validación del modelo de elementos finitos propuesto para la predicción de la cantidad de energía que puede generarse como respuesta ante una excitación determinada está en que serviría como una primera aproximación a un modelo real que puede permitir optimizar la selección de los materiales y sus geometrías como paso previo a la construcción de un modelo físico sobre el que realizar ensayos experimentales.

Sin embargo, es necesario hacer mención que la validación del modelo de elementos finitos ha sido realizada sobre las expresiones meramente analíticas de un microgenerador de energía en base a vibraciones, recogidas durante el Capítulo 2. Para ver cuánto se asemeja a la realidad sería necesaria la recreación de uno o varios de los prototipos propuestos y realizarle los ensayos análogos sobre un banco de pruebas correctamente excitado para ver cómo de precisa es la aproximación a lo que sería un modelo real.

En consecuencia con lo anterior (aunque no se pueda por ahora aprobarse el modelo de elementos finitos en base a uno real), se toma como correcta la aproximación al modelo analítico en lo que acontece a este trabajo y se da paso al empleo del modelo para llevar a cabo un análisis de sensibilidad de la respuesta teniendo en cuenta, en primer lugar, el espesor de la subestructura y, en segundo lugar, el material propuesto para su construcción.

4.3 Influencia del espesor de la subestructura

Con el objetivo de analizar el impacto que tiene el espesor de la subestructura sobre la capacidad del microrecolector de producir un voltaje a la salida, se representan a modo comparativo, manteniendo como constante el material de la subestructura, las gráficas de la FRF en voltaje, en la proximidad de la frecuencia fundamental, del modelo para los espesores propuestos de 1,2 y 3mm, distinguiendo para cada uno de los tres materiales propuestos.

Los máximos valores de las FRF deberían darse para la primera frecuencial natural del sistema, es decir 6,3Hz. Sin embargo, observando las representaciones estos máximos se desvían (sobre todo en el caso del TPU) ligeramente de dicha frecuencia por los errores en la aproximación del modelo.

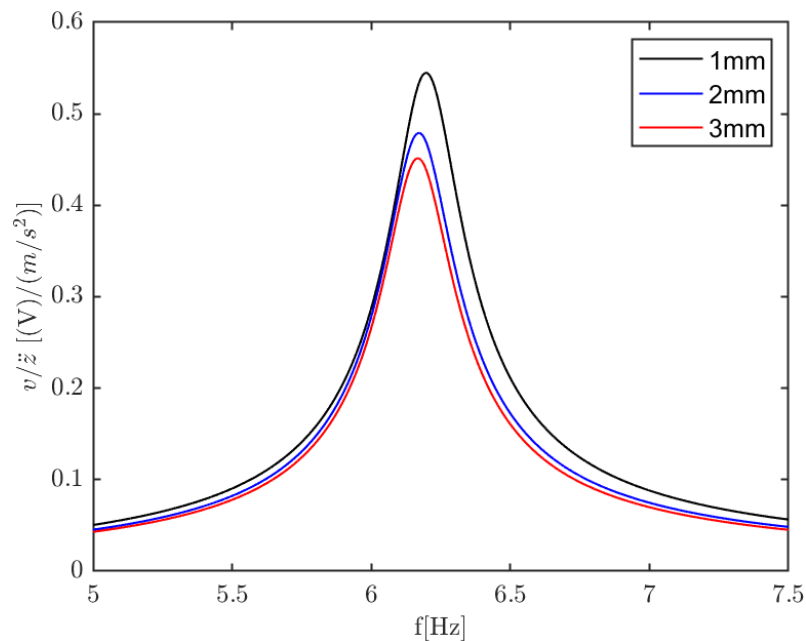


Figura 4.10 Comparativa de las FRF en voltaje para los espesores de 1,2 y 3mm con la subestructura de PLA.

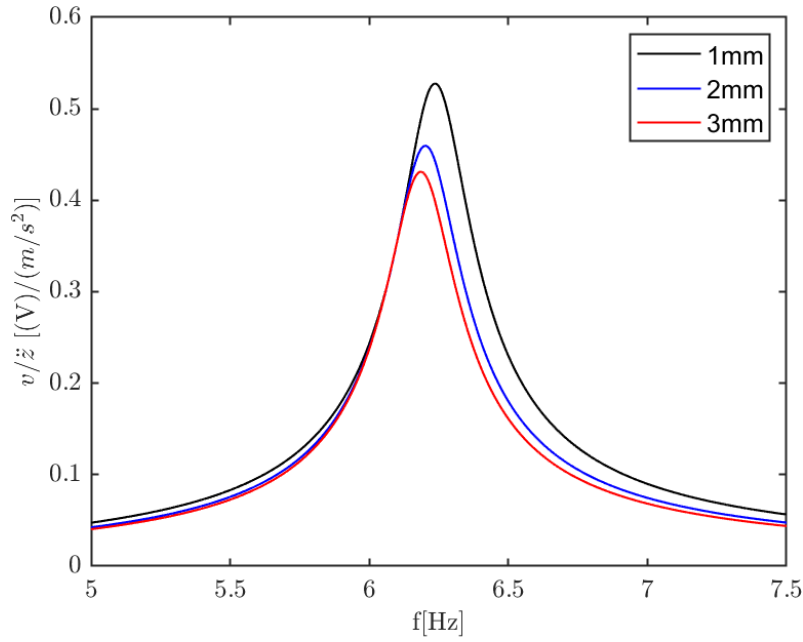


Figura 4.11 Comparativa de las FRF en voltaje para los espesores de 1,2 y 3mm con la subestructura de ABS.

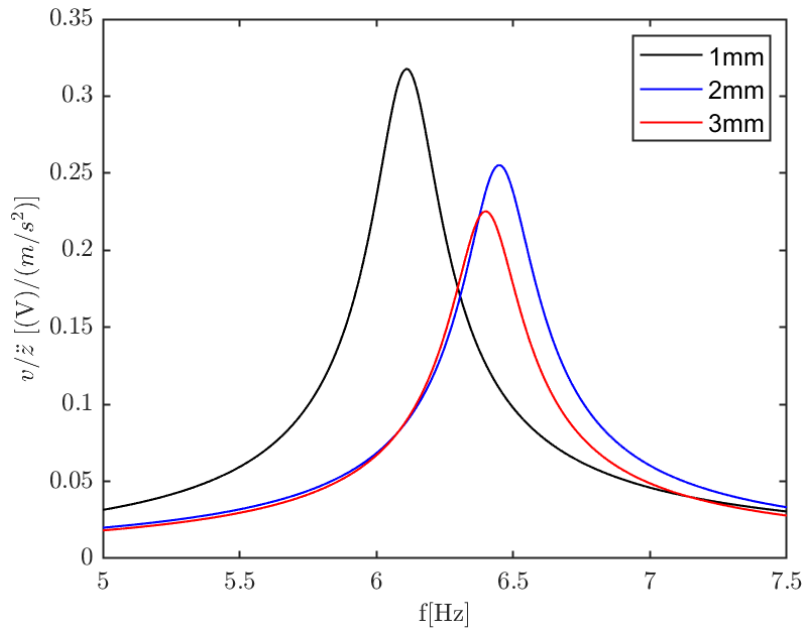


Figura 4.12 Comparativa de las FRF en voltaje para los espesores de 1,2 y 3mm con la subestructura de TPU.

Prestando atención a las tres gráficas anteriores se puede comprobar que a medida que menor es el espesor de la subestructura se obtiene una curva de FRF, tanto en aceleración como en voltaje con valores más altos (se representa solamente la de voltaje por la proporcionalidad directa que hay entre ambas). Este resultado representa que a menor espesor de la subestructura se obtiene un potencial mayor a la hora de la recolección de energía, lo cual es el objetivo principal perseguido.

Las FRF están íntimamente ligadas a la deformación que sufre el material piezoeléctrico en cada caso, ya que es a partir de dicha deformación donde a partir del proceso interno de reagrupación de partículas cargadas dentro del material generando momentos dipolares, se crea la diferencia de potencial necesaria para la producción de energía.

De la ecuación de la deformada de Resistencia de Materiales para una viga en voladizo, sobre la que se aplica una fuerza de valor $M_t g$ en su extremo libre (despreciando el peso de la propia viga),

$$y(x) = \frac{M_t g L_s}{2E_s I_s} \left(x^2 - \frac{x^3}{3L_s} \right) \quad (4.1)$$

siendo el parámetro x la distancia medida desde el extremo empotrado de la viga (ver Figura 4.13), se sabe que su deformada sometida a un peso en el extremo es inversamente proporcional a la inercia de la misma, estando ésta definida por

$$I_s = \frac{1}{12} b_s h_s^3 \quad (4.2)$$

siendo b_s el ancho y h_s el espesor de la viga.

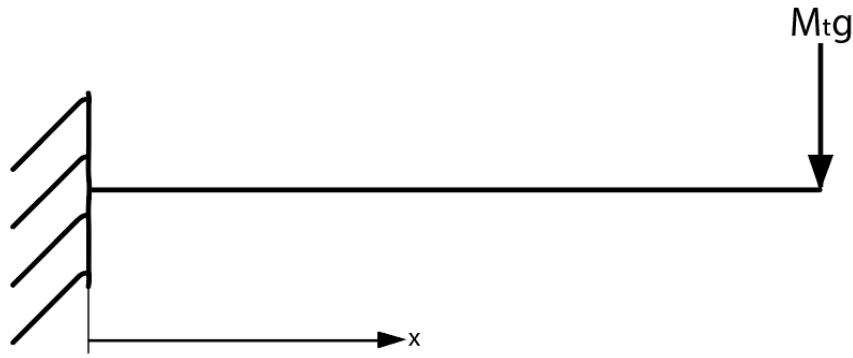


Figura 4.13 Representación del parámetro x para una viga en voladizo.

En consecuencia, la deformada de una viga en voladizo es inversamente proporcional al cubo de su espesor. De este modo, cuanto menor sea el espesor de la subestructura, mayor será su deformación al aplicarse cargas como las estudiadas en el modelo. Y al encontrarse los parches piezoeléctricos pegados sobre la subestructura, también será mayor la deformación en estos pudiendo producirse como una mayor diferencia de potencial asociada.

Adicionalmente, según las ecuaciones que sintonizan el microgenerador a la frecuencia fundamental de la estructura a la que se acopla, el espesor también tiene influencia sobre la masa en el extremo (M_t) y sobre la longitud total de la subestructura (L_s).

Por un lado, el espesor tiene, según las Ecuaciones (2.16) y (2.43), una relación de proporcionalidad inversa con la masa colocada en la punta de la subestructura. Sin embargo, una mayor masa conlleva una deformada mayor. De esta forma, cuanto menor sea el espesor más grande será el valor de la masa en el extremo y se favorece una mayor deformada de la subestructura. Por tanto, la reducción del espesor también tiene un efecto positivo atendiendo a este parámetro.

Por otro lado, atendiendo a la Ecuación (2.42), menores espesores hacen que la longitud total de la subestructura sea menor, lo que según la Ecuación (4.1) tiene un impacto negativo si lo que se quiere son obtener valores de deformada lo más grandes posibles. No obstante, la dependencia con este factor pesa menos que el conjunto de los dos anteriores, ya que la parte de subestructura que interesa que se deforme es la que está en contacto con los parches piezoeléctricos y ésta no sufre grandes variaciones; con lo que, a pesar de esta influencia negativa, globalmente interesa que se reduzca el espesor de la subestructura.

En la tabla siguiente se recogen los valores máximos de las FRF en voltaje para cada caso estudiado, comprobándose de nuevo como estos valores crecen, para cada material, a medida que se selecciona un espesor menor de la subestructura.

Tabla 4.7 Máximos de las FRF en voltaje.

Material	Espesor [mm]	Máximo $FRF_V [V/ms^{-2}]$
PLA	1	0,5423
PLA	2	0,4763
PLA	3	0,4470
ABS	1	0,5232
ABS	2	0,4556
ABS	3	0,4312
TPU	1	0,3175
TPU	2	0,2533
TPU	3	0,2251

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se puede concluir que interesa disminuir el espesor de la estructura tanto como sea posible, pero siempre teniendo en cuenta que mayores deformaciones van asociadas a mayores tensiones y que no se podrá superar el límite plástico del material que conforma la subestructura para evitar una deformación permanente del microgenerador que provoque que se deje de garantizar el buen funcionamiento del mismo.

4.4 Influencia del material de la subestructura

En este segundo análisis de sensibilidad se pretende estudiar el impacto que tiene el material de la subestructura sobre la capacidad del microrecolector de producir un voltaje a la salida. Para ello se representan para un mismo espesor de subestructura las gráficas de FRF en voltaje, en la proximidad de la primera frecuencia natural del sistema, de cada uno de los tres materiales propuestos: PLA, ABS y TPU, cuyas propiedades fundamentales ya fueron definidas en la Sección 4.1

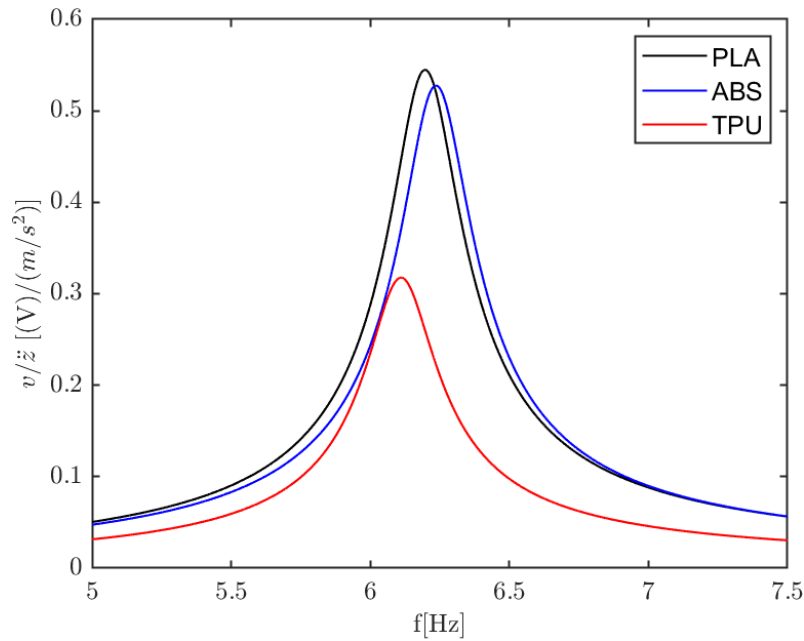


Figura 4.14 Comparativa de las FRF en voltaje para los materiales de subestructura PLA, ABS y TPU con un espesor de 1mm.

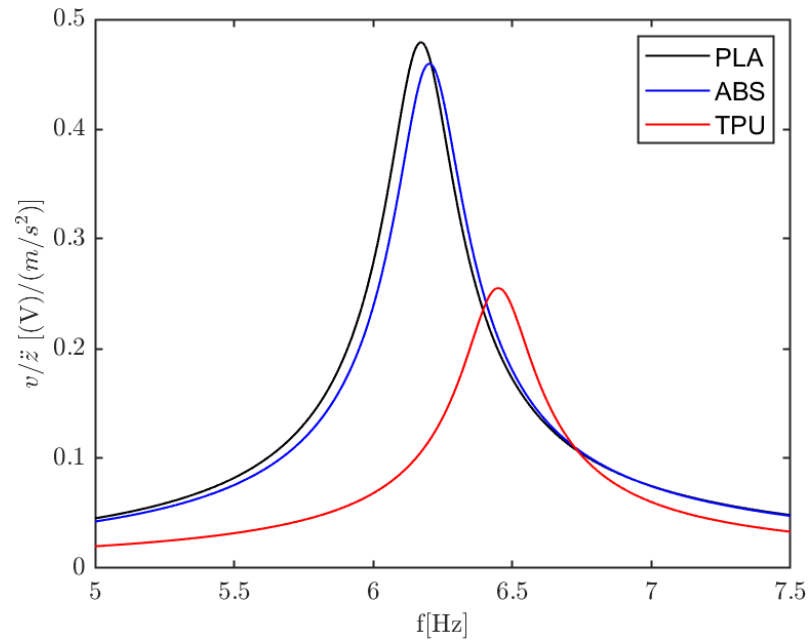


Figura 4.15 Comparativa de las FRF en voltaje para los materiales de subestructura PLA, ABS y TPU con un espesor de 2mm.

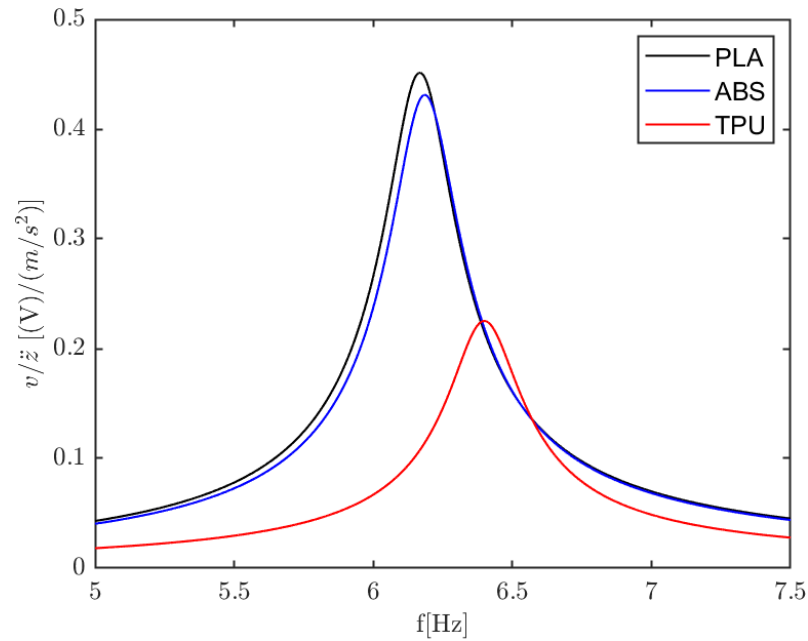


Figura 4.16 Comparativa de las FRF en voltaje para los materiales de subestructura PLA, ABS y TPU con un espesor de 3mm.

Nuevamente, para sacar alguna conclusión es preciso fijarse en la ecuación de la deformada de una viga en voladizo sometida a una carga en su extremo (ver Ecuación (4.1)) ya que es la configuración dominante en la deformación, al ser el propio peso es de un orden menor.

En este caso, el término inercial se mantiene constante ya que lo son tanto el ancho y el espesor, independientemente del material elegido. Por lo tanto, los parámetros que tienen influencia directa sobre la deformada de la subestructura son el módulo de Young del material, E_s , y los dos factores dependientes de la sintonización a la frecuencia fundamental: la longitud de la subestructura, y la masa en la punta, M_t . A su vez, la distancia entre el extremo libre de la subestructura hasta la zona sobre la que se encuentran los

piezoeléctricos, o dicho de otro modo la posición relativa que ocupan los parches piezoeléctricos respecto a la longitud total, ya que la deformación de estos elementos será la responsable de la generación de voltaje a la salida.

Al ser en este caso tantos los factores de los que depende el comportamiento del sistema, es complicado dar unas pautas generales, sin embargo, se tratará de evaluar uno a uno la dependencia de cada uno de estos parámetros por separado.

En primer lugar, en lo referente al módulo de Young del material, se tiene una relación inversamente proporcional, es decir, cuanto menor sea su valor se obtendrán mayores deformadas. Por ello, interesará que el material elegido tenga un módulo de elasticidad lo más pequeño posible, en este caso lo más óptimo teniendo en cuenta este factor sería el TPU. Sin embargo, se puede observar que este material no presenta los mayores valores de FRF (proporcional a la deformada), lo que nos indica que no será el factor más influyente. Esto se debe a que aunque al ser los módulos de Young de los materiales propuestos para la subestructura menores que los del material piezoeléctrico, la deformada global de esta parte de la estructura se verá limitada por la rigidez de los parches, y es en realidad la deformada de los PZT el factor del que depende la cantidad de energía que es posible recolectar.

En segundo lugar, la dependencia con la masa en la punta será directamente proporcional con los valores de la deformada, cuanto mayor sea la masa que se coloque en el extremo libre mayores desplazamientos tendrán lugar en la estructura, como es lógico. Aunque los valores de M_t se ajustan según la sintonización del microgenerador y no presentan grandes variaciones entre los modelos de distinto material, por lo no será un parámetro enormemente influyente.

Por otro lado, existe una dependencia con la distancia desde el extremo libre hasta la posición de los parches que son los elementos donde la deformada tiene influencia sobre el voltaje obtenido como respuesta. Este factor tendrá cierta importancia ya que según la longitud total de la subestructura la distancia relativa al extremo de la posición de los parches piezoeléctricos será distinta. Se puede ilustrar esta dependencia de y , respecto de x que es la distancia desde el empotramiento hasta la posición horizontal donde se mide la deformada (ver Figura 4.13), dividiendo ambos términos de la Ecuación (4.1) entre L_s^3 para adimensionalizarla respecto de la longitud de la subestructura, y manteniendo constantes el resto de parámetros del sistema.

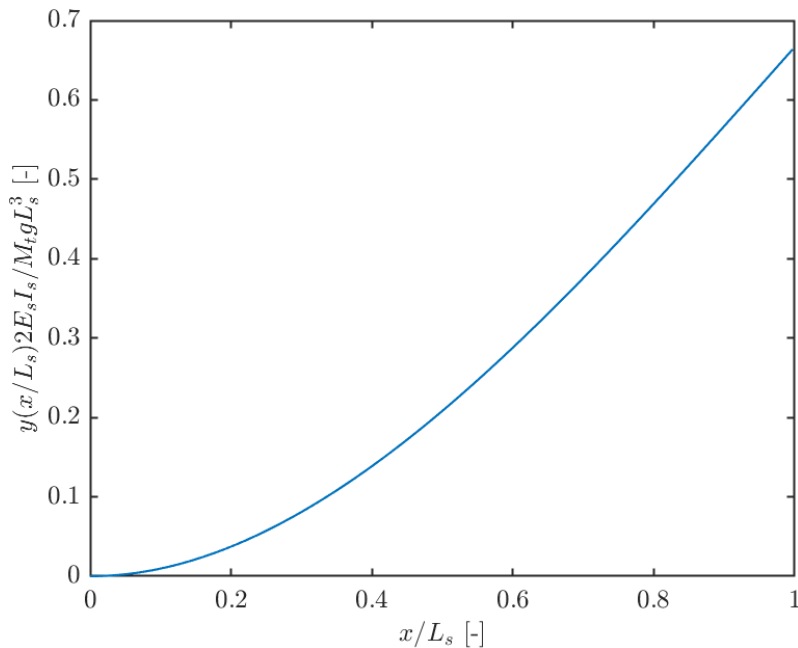


Figura 4.17 Dependencia adimensional de la deformada respecto al parámetro x .

Se puede comprobar en la Figura 4.18, en la que según la definición de x como la distancia medida desde el empotramiento, $x/L_s = 0$ representa el extremo empotrado de la viga y $x/L_s = 1$ el extremo libre; que cuanto más cerca del extremo libre se mida la deformada, mayor será el valor de $y(x)$, con una dependencia de tipo cuadrático. Esta representación es válida para cualquiera de los materiales estudiados ya que al adimensionalizar se ha eliminado la dependencia con la longitud de la subestructura, y el resto de parámetros

han sido considerados constantes para este análisis. Algunos ejemplos numéricos de esta relación, para valores equidistribuidos de x son:

$$y(x=0) = 0$$

$$y\left(x = \frac{L_s}{4}\right) = \frac{11M_t g}{384E_s I_s} L_s^3$$

$$y\left(x = \frac{L_s}{2}\right) = \frac{5M_t g}{48E_s I_s} L_s^3$$

$$y\left(x = \frac{3L_s}{4}\right) = \frac{81M_t g}{384E_s I_s} L_s^3$$

$$y(x=L_s) = \frac{M_t g}{3E_s I_s} L_s^3$$

De esta relación, se observa que cuánto más cerca estuviera el extremo libre de la subestructura de la posición del piezoeléctrico se tendrían valores mayores de la deformada para estas posiciones sobre las que se encuentran los parches, beneficiándose la recolección de energía. Por lo tanto, interesaría que la posición relativa de los parches piezoeléctricos fuera lo más lejana posible al empotramiento para poder aprovechar mejor la energía procedente de la deformación.

Esta condición se traduce a que interesa que el parámetro adimensional x/L_s tome valores lo mayor posibles. En el caso de estudio esto se lograría para el TPU que al tener una menor longitud total de subestructura x/L_s alcanza mayores cotas. Sin embargo, según la Ecuación (4.1) la propia longitud total de la subestructura L_s también juega un papel importante en cuanto a la dependencia geométrica de la deformada, siendo directamente proporcional a esta.

Es por ello que no se pueden tomar conclusiones basándose únicamente en el factor anterior y se analizan a continuación de forma conjunta estos dos parámetros. Para ello, se estudia el término $L_s (x^2 - x^3/3L_s)$ de la Ecuación (4.1). El análisis se realiza tomando para los tres materiales y la longitud de subestructura que sintoniza el microgenerador para es espesor de 1mm en cada caso. Se obtienen las dependencias ilustradas en la siguiente gráfica.

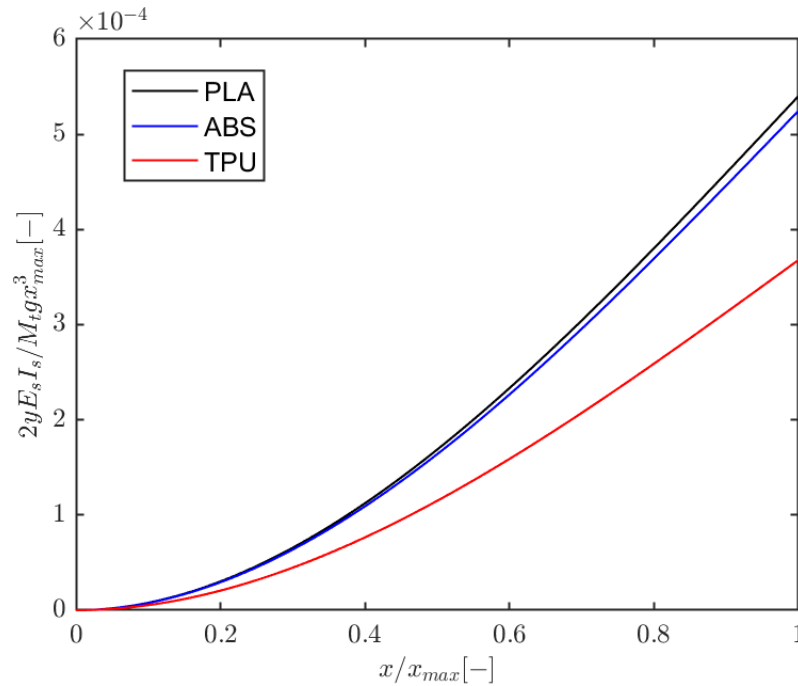


Figura 4.18 Comparativa del término $L_s (x^2 - x^3/3L_s) / x_{max}^3$ para $x \in [0,1]$ en cada material analizado.

Esta representación se ha realizado de forma adimensionalizada, dividiendo ambos términos de la Ecuación (4.1) entre x_{max}^3 . De manera que se han representado el término $Ls(x^2 - x^3/3L_s)/x_{max}^3$ para las posiciones de la subestructura sobre las que se colocan los parches piezoeléctricos, es decir, $x/x_{max} \in [0,1]$, siendo su equivalente dimensional $x \in [0, x_{max} = 50]\text{mm}$. De esta forma se elimina la dependencia con la longitud total de los parches PZT.

Se puede observar que el término estudiado tiene valores mayores para los materiales PLA y ABS, que para el TPU (siendo para el PLA ligeramente superiores), concordando la dependencia de este parámetro con los resultados de FRF que se han obtenido como resultado del modelo de elementos finitos. Se tiene por tanto que entre los parámetros que vienen definidos por el material, son los parámetros puramente geométricos los que tienen mayor influencia sobre el proceso de recolección de energía.

Y dentro de dichos parámetros geométricos el dominante es la longitud total de la subestructura, por delante de la posición relativa que tienen los parches respecto de esta. Por lo que para unos parches colocados en las mismas posiciones absolutas (partiendo del empotramiento en este caso) interesa que la longitud de sintonización para la subestructura sea lo más larga posible. Además, una mayor L_s , al ser ancho y espesor y densidad constantes en el análisis, supondrá una mayor masa total de la viga, la cual no se está considerando en esta simplificación del análisis, lo que también favorecería la deformada, aunque no de forma tan relevante, pues este es un parámetro de orden menor. Pueden consultarse los máximos valores para cada caso en la Tabla 4.7.

Una vez analizados por separado los parámetros influyentes sobre la deformada a la hora elegir un material, se concluye para los tres materiales estudiados que lo más recomendable a la hora recolectar energía es usar PLA, o en su defecto ABS para el que, como se ha comprobado se obtendrán valores de voltaje a la salida cercanos a los del primer material.

5 Conclusiones y desarrollos futuros

Para introducir las conclusiones y desarrollos futuros propuestos a partir de este trabajo, se presentan a modo de resumen los desarrollos y resultados principales obtenidos en cada uno de los capítulos de este trabajo, que partió con el objetivo de desarrollar un modelo de elementos finitos lo más fiel posible a un microgenerador de energía basado en vibraciones real, de forma que pueda reproducir su comportamiento y predecir la cantidad de energía que puede recolectarse en función de unos parámetros dados.

En el Capítulo 2, una vez presentado el fenómeno de la microrecolección de energía en el Capítulo 1, se expone de una forma más detallada el funcionamiento y la estructura de un microgenerador de energía basado en vibraciones, y se presenta un modelo analítico que será tomado como referencia para los siguientes desarrollos de aproximación de un modelo de elementos finitos a un microgenerador real.

En el Capítulo 3, se parte del modelo analítico planteado para crear un primer modelo de elementos finitos a su semejanza y poder establecer por medio de la comparación de sus deformadas y primeras frecuencias naturales que el modelo planteado aproxima de forma precisa al analítico. Una vez comprobada esta validez en la aproximación, se realizan sucesivas modificaciones sobre ese primer modelo de elementos finitos para terminar concluyendo en un modelo que se asemejaría en estructura y comportamiento a un microgenerador real, y será éste el que se emplee para los siguientes desarrollos de este trabajo. Adicionalmente, se explican los pasos seguidos para sintonizar este modelo a una frecuencia determinada que vendrá dada por la frecuencia de resonancia de la estructura a la que el microgenerador quede acoplado en su aplicación, con el objetivo de aumentar la productividad del mismo.

En el Capítulo 4, una vez se ha elegido el modelo de elementos finitos que será empleado para el resto de los análisis, se presentan los materiales propuestos para el análisis, y se realiza a partir de estos una última comparación de los coeficientes de acoplamiento electromecánico realizando un ajuste de las funciones de respuesta en frecuencias teóricas sobre las obtenidas como resultado del modelo de elementos finitos. Aprobados también los resultados de esta comparación sobre el comportamiento piezoeléctrico del modelo con los coeficientes obtenidos de forma teórica, se da paso a un análisis de sensibilidad sobre el modelo atendiendo a la modificación de dos parámetros distintos: el espesor de la subestructura y el material que conforma la misma.

Una vez desarrollado todo el proceso se puede concluir que los resultados obtenidos en las distintas comparaciones del Modelo de Elementos Sólidos con los resultados teóricos, tanto de la actuación mecánica del modelo, como de la simulación del fenómeno de generación de energía, resultan satisfactorias, a pesar de las ligeras desviaciones respecto a los modelos analíticos; y que por tanto, es a priori posible el empleo de este modelo para predecir la cantidad de voltaje que puede generarse en un microgenerador real a partir de una excitación dada.

Además, fruto del análisis paramétrico del Capítulo 4 sobre los voltajes a la salida obtenidos para distintos prototipos y una misma excitación, se ha determinado que:

- En lo referente al espesor de la subestructura entre los parches piezoeléctricos, interesa que sea lo más delgada posible, dentro de los límites plásticos del material.
- En cuanto al material, aunque el análisis de sensibilidad resulte más complicado en este caso ya que influye en diferentes parámetros y es difícil cuantificar la importancia de cada uno, en base a los resultados obtenidos se recomienda de entre los tres materiales poliméricos analizados emplear PLA, o es su defecto ABS, para la impresión aditiva de la subestructura.

Por último, se concluye esta memoria presentando varios de los desarrollos que resultaría de interés realizar aprovechando el modelo de elementos finitos desarrollado en este proyecto:

- La construcción de un microgenerador real con las mismas características que uno de los prototipos presentados, de forma que además de la comparación con las ecuaciones teóricas realizada, se pueda establecer una comparación entre lo predicho por el modelo de elementos finitos desarrollado y el real, sometido a las mismas excitaciones a través de ensayos experimentales.
- El estudio y recopilación de un mayor número de materiales y geometrías tanto para los parches piezoeléctricos como para la subestructura de forma que pueda realizarse una comparación más exhaustiva aprovechando el modelo desarrollado para comparar con qué combinación de materiales es posible obtener un mayor voltaje de respuesta a la salida, en base a las excitaciones dadas.
- El análisis de la posibilidad de modificar la posición relativa de los parches piezoeléctricos para que queden más cerca del extremo libre de la subestructura con el objetivo de aprovechar de una forma más eficiente las deformaciones sufridas para la recolección de una cantidad mayor de energía, aunque la máxima deformación longitudinal se produce cerca del empotramiento donde el momento es máximo.
- La optimización del espesor de la estructura a partir del estudio de las tensiones que sufriría en un proceso de recolección de energía, de forma que para un material dado pueda minimizarse el espesor lo máximo posible para dar lugar a las mayores deformaciones posibles que irán asociadas a mayores momentos dipolares creados en el piezoeléctrico y por lo tanto a mejores resultados en cuanto a voltaje generado por las vibraciones.
- El empleo de este modelo, utilizando los materiales adecuados para predecir cuál sería la energía que podría obtenerse en base a la excitación en una aplicación real a un puente ferroviario, a partir de resultados obtenidos en los ensayos realizados por Galvín et al. [22].

Apéndice A

Código de Ansys

A.1 Modelo de viga equivalente

```
finish
/clear,start
/prep7

! DATOS
hs=0.14e-3 !Espesor placa
hp=0.55e-3 !Espesor PZT
Lp=50.8e-3 !Largo
Ls=71.6e-3 !Valor provisional
Bs=31.8e-3 !Ancho
Mt=0.1007 !Kg de la masa puntual en el extremo
NDIV=Lp/20

! ELEMENTOS
ET,2,BEAM188
ET,3,MASS21

! PROPIEDADES ELEMENTOS
SECTYPE,1,BEAM,RECT
SECDATA,HP,BS
SECTYPE,2,BEAM,RECT
SECDATA,HS,BS
MP,EX,2,105e9
MP,PRXY,2,0.4
KEYOPT,3,3,2
R,3,Mt !Masa central

! SUBESTRUCTURA
K,100,0,0,0
K,102,0,0,Lp
L,100, 102
K,200,0,0,Lp
K,202,0,0,Ls
L,200, 202

! MALLADO
ESIZE,NDIV
LSEL,S,LINE,,1
MAT,2
TYPE,2

SECNUM,1
LMESH,ALL
LSEL,S,LINE,,2
MAT,2
TYPE,2
SECNUM,2
LMESH,ALL

! MASA PUNTUAL
MAT,1
TYPE,3
REAL,3
n=node(0,0,Ls) !Para masas en extremos
e,n//
! equivalencia nodos
ALLSEL
NUMMRG, all

! CONDICIONES DE CONTORNO EMPOTRA-
MIEN
NSEL,S,LOC,Z,0
D,ALL,ALL
ALLSEL

! STATIC ANALYSIS
/SOLU
ANTYPE,static
ACEL, , 9.81,
SOLVE
FINI

!MODAL ANALYSIS
/SOLU
ANTYPE, MODAL
modopt,lanb,1
mxpand,1,,,
SOLVE
FINISH
```

A.2 Modelo de lámina equivalente

```

finish
/clear,start
/prep7

! DATOS
hs=0.14e-3 !Espesor placa
hp=0.55e-3 !Espesor PZT
Lp=50.8e-3 !Largo
Ls=71.6e-3 !Valor provisional
Bs=31.8e-3 !Ancho
Mt=0.1007/2 !Kg de la masa puntual en el extremo
NDIV=Lp/20

! ELEMENTOS
ET,2,
ET,3,MASS21

! PROPIEDADES ELEMENTOS
SECTYPE,1,SHELL
SECDATA,hp
SECTYPE,2,SHELL
SECDATA,hs
MP,EX,2,105e9
MP,PRXY,2,0.4
KEYOPT,3,3,2
R,3,Mt !Masa central

! SUBESTRUCTURAS
K,100,0,0,0
K,101,Bs,0,0
K,102,0,0,Lp
K,103,Bs,0,Lp
A,100, 101, 103, 102
K,200,0,0,Lp
K,201,Bs,0,Lp
K,202,0,0,Ls
K,203,Bs,0,Ls
A,200, 201, 203, 202

! MALLADO
ESIZE,NDIV
ASEL,S,AREA,,1
MAT,2
TYPE,2
SECNUM,1
AMESH,ALL
ASEL,S,AREA,,2
MAT,2
TYPE,2
SECNUM,2
AMESH,ALL

! MASA PUNTUAL
MAT,1
TYPE,3
REAL,3
n=node(0,0,Ls) !Para masas en extremos
e,n
n=node(Bs,0,Ls)
e,n
! equivalencia nodos
ALLSEL
NUMMRG, all

! CONDICIONES DE CONTORNO EN empotramien-
to
NSEL,S,LOC,Z,0
D,ALL,ALL
ALLSEL

! STATIC ANALYSIS
/SOLU
ANTYPE,static
ACEL, , 9.81,
SOLVE
FINI

!SOLUCION
/SOLU
ANTYPE, MODAL
modopt,lanb,1
mxpand,1,,
SOLVE
FINISH

```

A.3 Modelo placa y sólido

```

finish
/clear,start
/prep7

! DATOS
s11=16.4e-12
s12=-5.74e-12
s13=-7.22e-12
s33=18.8e-12
s44=47.5e-12
s66=2*(s11-s12)
d15=5.84e-10
d31=-1.71e-10
d33=3.74e-10
k11=1730
k33=1700
hs=0.14e-3 !Espesor placa
hp=0.26e-3 !Espesor PZT
Lp=50.8e-3 !Largo PZT
Ls=71.6e-3 !Valor provisional
Bs=31.8e-3 !Ancho
Mt=0.1007/2 !Kg de la masa puntual en el extremo
NDIV=Lp/20

! ELEMENTOS
ET,1,SOLID226,1001
ET,2,SHELL281
ET,3,MASS21

! PROPIEDADES PARA PZT
!MP,DENS,1,7800
tb,anel,1,,,1
tbda,1,s11,s13,s12
tbda,7,s33,s13
tbda,12,s11
tbda,16,s44
tbda,19,s44
tbda,21,s66
tb,piez,1,,,1
tbda,2,d31
tbda,5,d33
tbda,8,d31
tbda,10,d15
tbda,15,d15
mp,pery,1,k33
mp,perz,1,k11
mp,perx,1,k11
!TBLIS,ALL

! PROPIEDADES ELEMENTOS
SECTYPE,1,SHELL
SECDATA,hs
MP,EX,2,105e9
MP,PRXY,2,0.4

!MP,DENS,2,9000
KEYOPT,3,3,2
R,3,Mt !Masa central

! GEOMETRIA pzt
BLOCK,0,Bs,0,hp,0,Lp
BLOCK,0,Bs,0,-hp,0,Lp
VGLUE,ALL

! MALLADO
ESIZE,NDIV
MSHK,1
MSHA,0,3D
MAT,1
VSWEAP,All

! SUBESTRUCTURAS
K,100,0,0,Lp
K,101,Bs,0,Lp
K,102,0,0,Ls
K,103,Bs,0,Ls
A,100, 101, 103, 102

! MALLADO
ESIZE,NDIV
ASEL,S,LOC,Y,0
MAT,2
TYPE,2
SECNUM,1
AMESH,ALL

! MASA PUNTUAL
MAT,1
TYPE,3
REAL,3
n=node(0,0,Ls) !Para masas en extremos
e,n
n=node(Bs,0,Ls)
e,n

! equivalencia nodos
ALLSEL
NUMMRG, all

! definición electrodos
NSEL,S,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0,Lp
CP,1,VOLT,ALL
*GET,NMID,NODE,0,NUM,MIN
NSEL,S,LOC,Y,hp
CP,2,VOLT,ALL
*GET,NTOP,NODE,0,NUM,MIN
NSEL,S,LOC,Y,-hp
CP,3,VOLT,ALL

```

```

*GET,NBOT,NODE,0,NUM,MIN
! CONDICIONES DE CONTORNO EMPOTRA-
MIENTO
NSEL,S,LOC,Z,0
D,ALL,UX,,,,UY,UZ
ALLSEL
D,NMID,VOLT,0
!D,NBOT,VOLT,10
!D,NTOP,VOLT,10

! STATIC ANALYSIS,
ANTYPE,static

/SOLU
ACEL,,9.81,
SOLVE
FINI

!SOLUCION
/SOLU
ANTYPE,MODAL
modopt,lanb,1
mxpand,1,,,1
SOLVE
FINISH

```

A.4 Modelo de elementos sólidos

```

finish /clear,start
/prep7

! DATOS
s11=16.4e-12
s12=-5.74e-12
s13=-7.22e-12
s33=18.8e-12
s44=47.5e-12
s66=2*(s11-s12)
d15=5.84e-10
d31=-1.71e-10
d33=3.74e-10
k11=1730
k33=1700
hs=0.14e-3 !Espesor placa
hp=0.26e-3 !Espesor PZT
Lp=50.8e-3 !Largo
Ls=71.6e-3 !Valor provisional
Bs=31.8e-3 !Ancho
Mt=0.1007/2 !Kg de la masa puntual en el extremo
NDIV=Lp/20

! ELEMENTOS
ET,1,SOLID226,1001
ET,2,SHELL281
ET,3,MASS21

! PROPIEDADES PARA PZT
MP,DENS,1,0
tb,anel,1,,,1
tbda,1,s11,s13,s12
tbda,7,s33,s13
tbda,12,s11
tbda,16,s44
tbda,19,s44
tbda,21,s66
tb,piez,1,,,1
tbda,2,d31
tbda,5,d33

tbda,8,d31
tbda,10,d15
tbda,15,d15
mp,pery,1,k33
mp,perz,1,k11
mp,perx,1,k11

! PROPIEDADES ELEMENTOS
SECTYPE,1,SHELL
SECDATA,hs
MP,EX,2,105e9
MP,PRXY,2,0.4
MP,DENS,2,0
KEYOPT,3,3,2
R,3,Mt !Masa central
! GEOMETRIA pzt
BLOCK,0,Bs,0,hp,0,Lp
BLOCK,0,Bs,0,-hp,0,Lp
VGLUE,ALL

! MALLADO
ESIZE,NDIV
MSHK,1
MSHA,0,3D
MAT,1
VSWEEP,All

! SUBESTRUCTURAS
K,100,0,0,Lp
K,101,Bs,0,Lp
K,102,0,0,Ls
K,103,Bs,0,Ls
A,100,101,103,102

! MALLADO
ESIZE,NDIV
ASEL,S,LOC,Y,0
MAT,2
TYPE,2
SECNUM,1
AMESH,ALL

```

```

! MASA PUNTUAL
MAT,1
TYPE,3
REAL,3
n=node(0,0,Ls) !Para masas en extremos
e,n
n=node(Bs,0,Ls)
e,n

! equivalencia nodos
ALLSEL
NUMMRG, all

! definición electrodos
NSEL,S,LOC,Y,0
NSEL,R,LOC,Z,0,Lp
CP,1,VOLT,ALL
*GET,NMID,NODE,0,NUM,MIN
NSEL,S,LOC,Y,hp
CP,2,VOLT,ALL
*GET,NTOP,NODE,0,NUM,MIN
NSEL,S,LOC,Y,-hp
CP,3,VOLT,ALL
*GET,NBOT,NODE,0,NUM,MIN

! CONDICIONES DE CONTORNO EN empotramien-
to
NSEL,S,LOC,Z,0
D,ALL,UX,,,,,UY,UZ
ALLSEL
D,NMID,VOLT,0
!D,NBOT,VOLT,10
!D,NTOP,VOLT,10

! STATIC ANALYSIS
/SOLU
ANTYPE,static
ACEL, , 9.81,
SOLVE
FINI

!SOLUCION
/SOLU
ANTYPE, MODAL
modopt,lanb,1
mxpand,1,,
SOLVE
FINISH

```

A.5 Modelo completo

Propiedades del modelo

Para proceder hay que ejecutar este código introduciendo las propiedades geométricas y del material, según el modelo que quiera analizarse. Llama al *modelosolidoresistencia.txt* que deberá estar en la misma carpeta. Se muestran los datos para el modelo de 3mm de TPU.

```

! DATOS PIC255 TPU SINT: 6.3 Hz
! pzt
s11=15.9e-12
s12=-5.699e-12
s13=-7.376e-12
s33=20.97e-12
s44=44.92e-12
s66=43.19e-12
d15=5.35e-10
d31=-1.74e-10
d33=3.94e-10
k11=1649
k33=1750
eps0=8.854e-12 ! free space permittivity, F/m
pztdens=7800

subpoi=0.4
subdens=1160

!geometria
hp=0.2e-3 !Espesor PZT
Lp=50e-3 !Largo
Bs=30e-3 !Ancho
hs=3e-3 !Espesor placa
Ls=107.4e-3 !Valor provisional
Mt=0.0996/2 !Kg de la masa puntual en el extremo
! resistencia=1e3
gravedad=9.81
! numero divisiones
NDIV=Lp/30
/input,'modelosolidoresistencia','txt'

! subestructura
subyoun=150e6

```

modelosolidoresistencia.txt

```

/prep7
NSTEP=200
! local,11 ! Coord. system : polar axis +z
! csys,11 ! Activate coord. system 11

! ELEMENTOS
ET,1,SOLID226,1001
ET,2,SOLID186
ET,3,MASS21,,,2
ET,4,CIRCU94,0 ! Resistor

! PROPIEDADES PARA PZT
MP,DENS,1,pztdens
emunit,epzro,eps0 ! Free-space permittivity
tb,anel,1,,,1
tbdata,1,s11
tbdata,2,s12
tbdata,3,s13
tbdata,7,s11
tbdata,8,s13
tbdata,12,s33
tbdata,16,s66
tbdata,19,s44
tbdata,21,s44
tb,piez,1,,,1
tbdata,3,d31
tbdata,6,d31
tbdata,9,d33
tbdata,14,d15
tbdata,16,d15
TB,dper,1,,,1
tbdata,1,k11
tbdata,2,k11
tbdata,3,k33
!TBLIS,ALL

! PROPIEDADES SUBESTRUCTURA
MP,EX,2,subyoun
MP,PRXY,2,subpoi
MP,DENS,2,subdens
! constantes
R,3,Mt !Masa central
R,4,resistencia ! resistencia

! GEOMETRIA pzt
BLOCK,0,Lp,0,Bs,hs/2,hs/2+hp,!Drawing Top Pizeo-
electric Layer
BLOCK,0,Lp,0,Bs,-hs/2-hp,-hs/2 !Drawing Bottom
Pizeoelectric Layer

! GEOMETRIA subestructura
BLOCK,0,Lp,0,Bs,-hs/2,hs/2,
BLOCK,Lp,Ls,0,Bs,-hs/2,hs/2,
VGLUE,ALL ! Combine all Volumes

!—MALLADO—
VSEL,S,VOLU,,1,2,, ! Defining Element Type Mate-
rial Properties of layers
VATT,1,,1
VSEL,INVE
VATT,2,,2
ALLSEL
ESIZE,NDIV
MSHK,1
MSHA,0,3D
VSWEEP,All
! MASA PUNTUAL
MAT,1
TYPE,3
REAL,3
npt1=node(Ls,0,hs/2) !Para masas en extremos
e,npt1
npt2=node(Ls,Bs,hs/2)
e,npt2

! definición electrodos
NSEL,S,LOC,Z,hs/2+hp
NSEL,A,LOC,Z,-hs/2-hp
! NSEL,R,LOC,Z,0,Lp
CP,1,VOLT,ALL
*GET,NTOP,NODE,0,NUM,MIN
NSEL,S,LOC,Z,-hs/2
NSEL,A,LOC,Z,hs/2
NSEL,R,LOC,X,0,Lp
CP,2,VOLT,ALL
*GET,NMID,NODE,0,NUM,MIN
! resistencia: COMENTAR PARA ESTATICO Y ANA-
LISIS MODAL !!
TYPE,4
REAL,4
e,ntop,nmid

! CONDICIONES DE CONTORNO EN empotramien-
to
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,UX,,,,,UY,UZ
ALLSEL
D,NMID,VOLT,0
ACEL,, , ,gravedad,

!SOLUCION
/SOLU
! ANTYPE, STATIC
! SOLVE
! FINISH
! /SOLU
! ANTYPE, MODAL
! modopt,lanb,1
! mxpand,1,,,
! SOLVE
! FINISH

```



```

/SOLU
ANTYPE,harmic !Análisis armónico
HROPT,FULL
HROUT,OFF !Amplitud y fase
OUTPR,BASIC,1
NSUBST,NSTEP
HARFRQ,3,10 !Rangos de frecuencia
KBC,1
DMPSTR,2*0.02 !Amortiguamiento
SOLVE
FINISH
/POST26
NUMVAR,200
NSOL,2,npt1,U,Z,UZ2, ! desplazamiento masa
NSOL,3,ntop,VOLT,VOLT2, ! voltaje
PI=ACOS(-1)
PROD,4,2,1,1,FRFACEL, -, -, (-1/gravedad), (2*PI),
(2*PI)
! Name: FRFVOL
! ID: 5
! Function: VOLT2/GRAVEDAD
FILLDATA,199,,GRAVEDAD,0
REALVAR,199,199
QUOT,5,3,199,,FRFVOLT
! Save time history variables to file results.csv
*DIM,RESULT,TABLE,NSTEP,4
VGET,RESULT(1,0),1
VGET,RESULT(1,1),5,,0
VGET,RESULT(1,2),5,,1
VGET,RESULT(1,3),4,,0
VGET,RESULT(1,4),4,,1
/OUTPUT,'pic255abs63_3mm','csv',''
*VWRITE,'FREQ','VOLREAL','VOLIMAGINARY',ÁCCREAL,ÁCCIMAGINARY'
*VWRITE,RESULT(1,0),RESULT(1,1),RESULT(1,2),RESULT(1,3),RESULT(1,4)
/OUTPUT,TERM

```


Apéndice B

Código de Matlab

```
1 % Este codigo calcula, en funcion del material y del espesor elegido, el coeficiente de
   % acoplamiento teorico. Además, carga los resultados numéricos obtenidos de Ansys a través de
   % un archivo csv, y posteriormente llama a la función ajusteFRF para llevar a cabo la
   % regresion lineal entre la curva analitica y la experimental.
2
3 clear all; clc; close all;
4
5 material = 'tpu'; % cambiar a 'abs' o 'pla'
6 conexion = 'paralelo'; % La conexión en este caso es paralelo
7 hs      = 3;
8
9 % Lectura de los datos numéricos, resultados de Ansys
10 file = 'pic255tpu63_3mm.csv'
11 results = readtable(file);
12
13 % Propiedades PZT (PIC255)
14 L_p = 50e-3;
15 b_p = 30e-3;
16 h_p = 0.2e-3;
17
18 d31 = -174e-12;
19 S11e = 15.9e-12;
20 S12e = -5.699e-12;
21 e0 = 8.854e-12;
22 e33t = 1750*e0;
23
24 rho_p = 7800;
25 e33s = 857*e0;
26 e31 = -7.15;
27 E_p = 12.3e10;
28
29 % Definición de FRF de acel. y volt. y de la frecuencia a partir de results
30 FRFacc = sqrt(results.ACC_REAL.^2+results.ACC_IMAGINARY.^2);
31 FRFV = sqrt(results.VOL_REAL.^2+results.VOL_IMAGINARY.^2);
32 freq = results.FREQ;
33
34 % Cálculo de la masa equivalente para la obtención de la FRF teórica del
35 % voltaje
36 wn = 6.3*2*pi; % [rad/s]
37 r = 16; % k*m
38
39 % Propiedades de la subestructura
40 h_s = hs*1e-3;
41 b_s = b_p;
42
43 switch material
44     case 'pla'
45         E_s = 3120e6;
46         rho_s = 1240;
47     case 'tpu'
48         E_s = 150e6;
49         rho_s = 1160;
```

```

50     case 'abs'
51         E_s = 2600e6;
52         rho_s = 1040;
53     end
54
55     m = b_p*(2*rho_p*h_p+rho_s*h_s);
56
57     % cross section 1: L<Lp properties
58     I = 2*b_p*((h_p+h_s/2)^3)/3; % inertia
59     E = (E_s*(b_p*h_s^3/12)+E_p*(2*b_p*((h_p+h_s/2)^3-(h_s/2)^3)/3))/I;
60     % Young's modulus
61
62     c = m/(rho_s*h_s*b_s); % delta
63
64     % cross section 2: L>Lp properties
65     I_s = b_s*h_s^3/12; % inertia
66
67     % Equivalent mass and stiffness. Substructure length and tip mass
68     b = E*I/(E_s*I_s); % gamma
69
70     options = optimoptions('fsolve','Display','none');
71     L_s = fsolve(@(Ls) r~0.5*wn*Ls.^3.*(L_p/Ls.*(L_p/Ls.*(3-L_p/Ls)-3)).*...
72         (b-1)+b)-(3*b*E_s*I_s),100e-3,options);
73
74     a = L_p./L_s; % beta
75
76     Keq = 3*b*E_s*I_s/(L_s^3*(a*(a*(3-a)-3)*(b-1)+b));
77
78     meq = L_s*rho_s*h_s*b_s*(a^5*c*(5*a*(a-7)+63)-35*a^2*(a-1)*(a*(a-3)*...
79         (a*(a-3)+6)+12)- 33*(a-1)^7*b^2+21*a*b*(a-1)^4*(3*a*(a-3)+11))/...
80         (140*(b-a*((a-3)*a+3)*(b-1))^2);
81
82     Meff = Keq/wn^2;
83
84     Mt = Meff-meq;
85
86     wn = sqrt(Keq/(meq+Mt));
87
88     %% Calculo de los coeficientes de acoplamiento
89     C = sqrt(1/Mt)*(((2*a^3+6*a^2-6*a)*(b-1)*L_s^3+2*b*L_s^3)/...
90         (6*b*E_s*I_s))^(-1);
91
92     x = L_s;
93     phi2 = C*(-a^2*(2*a-3)*(b-1)*L_s^3+3*a*(a-2)*(b-1)*L_s^2*x+...
94         3*b*L_s*x^2-b*x^3)/(6*b*E_s*I_s);
95     dphi2dx = C*(3*a*(a-2)*(b-1)*L_s^2+6*b*L_s*x-3*b*x^2)/(6*b*E_s*I_s);
96
97     x = L_p;
98     phi1 = C*(3*L_s*x^2-x^3)/(6*b*E_s*I_s);
99     dphi1dx = C*(6*L_s*x-3*x^2)/(6*b*E_s*I_s);
100
101     switch conexion
102     case 'serie'
103         Cp = b_p*L_p/2/h_p*e33s; % capacitance
104         alphas = -d31*E_p*b_p*(h_p+h_s)/2*dphi1dx/phi2
105
106     case 'paralelo'
107         Cp = 2*b_p*L_p/h_p*e33s; % capacitance
108         alphas = -d31*E_p*b_p*(h_p+h_s)*dphi1dx/phi2
109     end
110
111     [alpha,zeta] = ajusteFRF(FRFacc,FRFV,freq,Meff,Cp,alphas,wn);
112     % Cálculo del amortiguamiento y del coeficiente de acoplamiento
113     %electromecánico haciendo el ajuste de las curvas de FRF analíticas
114     %con las obtenidas de forma numérica
115
116     format long
117     alpha, zeta
118
119     figure(1)
120     saveas(gcf, strcat(file, '_acel.png'))

```

```

121 figure(2)
122 saveas(gcf, strcat(file, '_vol.png'))

```

```

1 function [alpha,zeta] = ajusteFRF(acc,vol,freq,m,Cp,alhat,wnt)
2
3 % Funcion que hace un ajuste analitico de la FRF de aceleracion y voltaje.
4 % y proporciona el amortiguamiento (zeta) y el acoplamiento electromecanico
5 % (alpha) como salida
6 %% PZT properties
7 Rl = 1e3; % Load Resistance[Ohm]
8
9 %% Resultado con resistencia
10 % Representacion FRF
11 figure(1); hold on; box on
12 plot(freq,abs(acc),'o','LineWidth',0.5)
13 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
14 xlabel('f[Hz]','Interpreter','latex')
15 ylabel('FRF [-]','Interpreter','latex')
16
17 figure(2); hold on; box on
18 plot(freq,abs(vol),'o','LineWidth',0.5); %abs(vol)*9.81
19 set(gca,'TickLabelInterpreter','latex');
20 xlabel('f[Hz]','Interpreter','latex')
21 ylabel('$\ddot{v}/\ddot{z}$ [(V)/g]','Interpreter','latex')
22
23 % AJUSTE FRF
24
25 % Frecuencia natural de la pletina
26
27 df = freq(2)-freq(1); % resolucion frecuencial (incremento freq)
28 Omg = 2*pi*freq; % frecuencia en rad/s
29 [~,pos_fnexp] = max(acc); % Buscamos la posicion en el vector de freqs
30 % a la que se da la aceleracion maxima -> posicion de la frecuencia natural
31 wn = 2*pi*freq(pos_fnexp); % frecuencia natural
32
33 % Vector de frecuencias para el ajuste
34 Omega=Omg(pos_fnexp-round(1/df):pos_fnexp+round(1/df)); % Buscamos el
35 %ajuste en un rango 1.5Hz por encima y por debajo de la frecuencia natural
36
37 % Ajuste de la curva analitica con la experimental haciendo un ajuste de
38 % regresion no lineal -- Estimacion del amortiguamiento con la FRF de la
39 % respuesta (aceleracion) de la placa
40
41 FRF_ajuste = abs(acc(pos_fnexp-round(1/df):pos_fnexp+round(1/df)));
42 % Funcion Objetivo (a la que queremos aproximar la teorica en el rango
43 %de frecuencias descrito por Omega)
44 modelFun1 = @(zeta,Omega) abs(Omega.^2./(2*1i*Omega.*zeta.*wn+...
45 wn^2-Omega.^2));
46 startingVals = [0.02]; % Condicion inicial de amortiguamiento
47 nlModel = fitnlm(Omega,FRF_ajuste,modelFun1,startingVals);
48
49 zeta = nlModel.Coefficients{1,1};
50
51 % FRF aceleracin analitica
52 FRF_acc=Omg.^2./(2*1i.*Omg.*zeta.*wn+wn^2-Omg.^2);
53
54 % Ajuste de la curva analitica con la experimental haciendo un ajuste de
55 % regresion no lineal -- Estimacion del coeficiente de acoplamiento electro
56 % mecanico (alpha) con la FRF del voltaje generado por el piezoelectrico
57
58 FRF_ajuste = abs(vol(pos_fnexp-round(1/df):pos_fnexp+round(1/df)));
59 % Funcion Objetivo (a la que queremos aproximar la teorica)
60 modelFun = @(alpha,Omega) abs(-(1i*Omega*alpha)./(1i*Omega*Cp+1/Rl)...
61 ./(wn^2-Omega.^2+1i*Omega*2*zeta*wn)+(alpha^2*1i*Omega./...
62 (m*(1i*Omega*Cp+1/Rl)))); % Paralelo
63 startingVals = [2e-3]; % Condicion inicial de alpha
64 nlModel = fitnlm(Omega,FRF_ajuste,modelFun,startingVals);
65
66 alpha = nlModel.Coefficients{1,1};
67

```

```

68 % FRF voltaje analatica
69 FRF_vol = (-(1i*Omg*alpha)/(1i*Omg*Cp+1/Rl)/((wn^2-Omg.^2+...
70 1i*Omg*2*zeta*wn)+(alpha^2*1i*Omg/(m*(1i*Omg*Cp+1/Rl)))));
71 FRF_vol_teorica = (-(1i*Omg*alphan)/(1i*Omg*Cp+1/Rl)/((wnt^2-Omg.^2+1i...
72 *Omg*2*zeta*wnt)+(alphan^2*1i*Omg/(m*(1i*Omg*Cp+1/Rl)))));
73
74 FRF_acc2 = Omg.^2/((wn^2-Omg.^2+1i*Omg*2*zeta*wn)+...
75 (alpha^2*1i*Omg/((1i*Omg*Cp+1/Rl))));
76 FRF_acc_teorica = Omg.^2/((wnt^2-Omg.^2+1i*Omg*2*zeta*wnt)+...
77 (alphan^2*1i*Omg/((1i*Omg*Cp+1/Rl))));
78
79 % Comparacion FRF aceleracion analatica y experimental (BK)
80 figure(1); box on; hold on
81 plot(Omg/2/pi,abs(FRF_acc2),'.-r')
82 plot(Omg/2/pi,abs(FRF_acc_teorica),'-g')
83 xlabel('f [Hz] ','Interpreter','latex')
84 ylabel('$$$ddot{y}/ddot{z}$$$ [-]','Interpreter','latex')
85 legend('Numérica', 'Teórica ajustada','Teórica')
86
87 % Comparacion FRF voltaje analatica y experimental (BK)
88 figure(2); box on; hold on
89 plot(Omg/2/pi,abs(FRF_vol),'-g') %abs(FRF_vol)*9.81
90 plot(Omg/2/pi,abs(FRF_vol_teorica),'.-r') %abs(FRF_vol_teorica)*9.81
91 xlabel('f [Hz] ','Interpreter','latex')
92 ylabel('$$$v/ddot{z}$$$ [(V)/($$m/s^2$$$)]','Interpreter','latex')
93 legend('Numérica', 'Teórica ajustada','Teórica')

```

Índice de Figuras

1.1	SLA-1 (1988): primer modelo de impresora 3D comercial [36]	2
1.2	Modelo CAD y prototipo impreso en 3D de una estructura para microgeneración de energía [36]	2
2.1	Configuración típica de un microgenerador [11]	5
2.2	Modos de operación: (a) d_{33} (transversal), (b) d_{31} (longitudinal) [13]	6
2.3	Configuración bimorfa de un microgenerador de energía	6
2.4	Reagrupación de las cargas eléctricas en un material piezoléctrico debido a la presencia de un campo eléctrico, formando los momentos dipolares [24]	8
2.5	Esquema del sistema puente/microgenerador	9
2.6	Modelo teórico microgenerador de energía	10
3.1	Geometría del elemento BEAM188 de ANSYS [2]	16
3.2	Geometría del elemento MASS21 de ANSYS [3]	16
3.3	Geometría del elemento SHELL281 de ANSYS [4]	17
3.4	Geometría del elemento SOLID226 de Ansys [6]	18
3.5	Geometría del modelo de viga equivalente	20
3.6	Deformada del modelo de viga equivalente	20
3.7	Comparativa entre los desplazamientos sufridos en los modelos teórico y viga equivalente	20
3.8	Geometría del modelo de lámina equivalente	21
3.9	Deformada del modelo de lámina equivalente	22
3.10	Comparativa entre los desplazamientos sufridos en los modelos teórico y lámina equivalente	22
3.11	Geometría del modelo placa y sólido	23
3.12	Deformada del modelo placa y sólido	23
3.13	Comparativa entre los desplazamientos sufridos en los modelos teórico y placa y sólido	24
3.14	Geometría del modelo de elementos sólidos	25
3.15	Deformada del modelo de elementos sólidos	25
3.16	Comparativa entre los desplazamientos sufridos en modelos teórico y de elementos sólidos	25
3.17	Geometría del modelo viga equivalente del segundo prototipo de microgenerador propuesto	27
3.18	Deformada del modelo viga equivalente del segundo prototipo de microgenerador propuesto	28
3.19	Comparativa entre modelos teórico y viga equivalente, para el segundo prototipo de microgenerador propuesto	28
3.20	Geometría del modelo de elementos sólidos del segundo prototipo de microgenerador propuesto	29

3.21	Deformada del modelo de elementos sólidos del segundo prototipo de microgenerador propuesto	29
3.22	Comparativa entre modelos teórico y elementos sólidos, para el segundo prototipo de microgenerador propuesto	30
3.23	Elemento CIRCU94 de ANSYS, ajustado en forma de resistencia	31
3.24	Puente sobre el río Jabalón (38°53'51.3"N 3°57'53.0"W) [?]	31
4.1	Comparativa de la FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de PLA de 1mm	38
4.2	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de PLA de 2mm	38
4.3	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de PLA de 3mm	38
4.4	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de ABS de 1mm	39
4.5	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de ABS de 2mm	39
4.6	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de ABS de 3mm	39
4.7	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de TPU de 1mm	40
4.8	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de TPU de 2mm	40
4.9	Comparativa de las FRF en aceleración (a) y voltaje (b) para una subestructura de TPU de 3mm	40
4.10	Comparativa de las FRF en voltaje para los espesores de 1,2 y 3mm con la subestructura de PLA	42
4.11	Comparativa de las FRF en voltaje para los espesores de 1,2 y 3mm con la subestructura de ABS	43
4.12	Comparativa de las FRF en voltaje para los espesores de 1,2 y 3mm con la subestructura de TPU	43
4.13	Representación del parámetro x para una viga en voladizo	44
4.14	Comparativa de las FRF en voltaje para los materiales de subestructura PLA, ABS y TPU con un espesor de 1mm	45
4.15	Comparativa de las FRF en voltaje para los materiales de subestructura PLA, ABS y TPU con un espesor de 2mm	46
4.16	Comparativa de las FRF en voltaje para los materiales de subestructura PLA, ABS y TPU con un espesor de 3mm	46
4.17	Dependencia adimensional de la deformada respecto al parámetro x	47
4.18	Comparativa del término $L_S (x^2 - x^3/3L_S) / x_{max}^3$ para $x \in [0,1]$ en cada material analizado	48

Índice de Tablas

2.1	Definición de los símbolos de las ecuaciones constitutivas de un material piezoeléctrico	7
3.1	Propiedades generales de un microgenerador común	19
3.2	Errores relativos en la comparación con el modelo teórico	26
3.3	Propiedades generales del segundo prototipo propuesto	27
4.1	Propiedades geométricas y electromecánicas del piezoeléctrico	35
4.2	Propiedades de la subestructura de PLA	36
4.3	Propiedades de la subestructura de ABS	36
4.4	Propiedades de la subestructura de TPU	37
4.5	Comparación de valores teóricos y numéricos del coeficiente de amortiguamiento ξ	41
4.6	Comparación de valores teóricos y numéricos del coeficiente de acoplamiento electromecánico α	41
4.7	Máximos de las FRF en voltaje	45

Bibliografía

- [1] *IEEE Standard on Piezoelectricity*, ANSI/IEEE Std 176-1987 (1988).
- [2] ANSYS, *Element beam188 ansys help*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_BEAM188.html.
- [3] ———, *Element mass21 ansys help*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_MASS21.html.
- [4] ———, *Element shell281 ansys help*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SHELL281.html.
- [5] ———, *Element solid186 ansys help*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SOLID186.html.
- [6] ———, *Element solid226 ansys help*. https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/ans_help_v182/ans_elem/Hlp_E_SOLID226.html.
- [7] Steven R Anton and Henry A Sodano, *A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006)*, *Smart materials and Structures* **16** (2007), no. 3, R1.
- [8] BCN3D, *Filaments: Technical data sheet abs*, <https://www.bcn3d.com/wp-content/uploads/2020/03/BCN3D-Filaments-BASF-TDS-Ultrafuse-ABS-Fusion.pdf>.
- [9] ———, *Filaments: Technical data sheet pla*, <https://www.bcn3d.com/wp-content/uploads/2020/02/BCN3D-Filaments-Technical-Data-Sheet-PLA.pdf>.
- [10] ———, *Filaments: Technical data sheet tpu*. <https://www.bcn3d.com/wp-content/uploads/2020/02/BCN3D-Filaments-Technical-Data-Sheet-TPU.pdf>.
- [11] Po-Shiun Chen, *Analysis and design of a piezoelectric micro-actuator*, The University of Texas at Arlington, 2006.
- [12] Kimberly A Cook-Chennault, Nithya Thambi, and Ann Marie Sastry, *Powering mems portable devices—a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems*, *Smart materials and structures* **17** (2008), no. 4, 043001.
- [13] Corina Covaci and Aurel Gontean, *Piezoelectric energy harvesting solutions: A review*, *Sensors* **20** (2020), 3512.
- [14] Mohammed Daqaq, Jamil Renno, Justin Farmer, and Daniel Inman, *Effects of system parameters and damping on an optimal vibration-based energy harvester*, 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2007, p. 2361.
- [15] Noël E Dutoit, Brian L Wardle, and Sang-Gook Kim, *Design considerations for mems-scale piezoelectric mechanical vibration energy harvesters*, *Integrated ferroelectrics* **71** (2005), no. 1, 121–160.
- [16] Bogdan Dziadok, Lukasz Makowski, and A. Michalski, *Survey of energy harvesting systems for wireless sensor networks in environmental monitoring*, *Metrology and Measurement Systems* **23** (2016).

- [17] Niell G Elvin and Alex A Elvin, *A general equivalent circuit model for piezoelectric generators*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures **20** (2009), no. 1, 3–9.
- [18] Alper Erturk and Daniel J Inman, *A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters*, Journal of vibration and acoustics **130** (2008), no. 4.
- [19] ———, *Issues in mathematical modeling of piezoelectric energy harvesters*, Smart Materials and Structures **17** (2008), no. 6, 065016.
- [20] ———, *On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters*, Journal of intelligent material systems and structures **19** (2008), no. 11, 1311–1325.
- [21] ———, *An experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations*, Smart materials and structures **18** (2009), no. 2, 025009.
- [22] P. Galvín, A. Romero, E. Moliner, G. De Roeck, and M.D. Martínez-Rodrigo, *On the dynamic characterisation of railway bridges through experimental testing*, Engineering Structures **226** (2021), 111261.
- [23] Swaminathan Gowthaman, Gowri Shankar Chidambaram, Dilli Babu Govardhana Rao, Hemakumar Vyudhayagiri Subramya, and Udhayagiri Chandrasekhar, *A review on energy harvesting using 3d printed fabrics for wearable electronics*, Journal of the institution of engineers (india): series c **99** (2018), no. 4, 435–447.
- [24] Abel Hurtado-Macias, Carlos Roberto Ascencio-Hurtado, Juan Ramos-Cano, José Antônio Eiras, Jesús González-Hernández, Mario Miki-Yoshida, and Roberto Carlos Ambrosio-Lázaro, *Design of a micro-energy harvesting technology based on mems and piezoelectric pzt*.
- [25] Impresoras3D, *Breve historia de la impresión 3d*, <https://www.impresoras3d.com/breve-historia-de-la-impresion-3d/>, 2018.
- [26] Chengkuo Lee, Ye Mei Lim, Bin Yang, Rama Krishna Kotlanka, Chun-Huat Heng, Johnny Han He, Min Tang, Jin Xie, and Hanhua Feng, *Theoretical comparison of the energy harvesting capability among various electrostatic mechanisms from structure aspect*, Sensors and Actuators A: Physical **156** (2009), no. 1, 208–216, EUROSENSORS XXII, 2008.
- [27] JH Lin, XM Wu, TL Ren, and LT Liu, *Modeling and simulation of piezoelectric mems energy harvesting device*, Integrated Ferroelectrics **95** (2007), no. 1, 128–141.
- [28] F Lu, HP Lee, and SP Lim, *Modeling and analysis of micro piezoelectric power generators for micro-electromechanical-systems applications*, Smart materials and structures **13** (2003), no. 1, 57.
- [29] Mathwork, *Matlab documentation: fitnlm, ajustar modelo de regresión no lineal* <https://es.mathworks.com/help/stats/fitnlm.html;jsessionid=7b592fb60b1f2410b4aaebfc933a>.
- [30] Geffrey K Ottman, Heath F Hofmann, Archin C Bhatt, and George A Lesieutre, *Adaptive piezoelectric energy harvesting circuit for wireless remote power supply*, IEEE Transactions on power electronics **17** (2002), no. 5, 669–676.
- [31] Piceramic, *Material data*, https://static.piceramic.com/fileadmin/user_upload/physik_instrumentel/files/datasheets/PI_Ceramic_Material_Data.pdf.
- [32] Shashank Priya, *Advances in energy harvesting using low profile piezoelectric transducers*, Journal of electroceramics **19** (2007), no. 1, 167–184.
- [33] Shashank Priya and Daniel J Inman, *Energy harvesting technologies*, vol. 21, Springer, 2009.
- [34] A. Romero, J.C. Cámara-Molina, E. Moliner, P. Galvín, and M.D. Martínez-Rodrigo, *Energy harvesting analysis in railway bridges: An approach based on modal decomposition*, (2021).
- [35] Shad Roundy, Paul K Wright, and Jan Rabaey, *A study of low level vibrations as a power source for wireless sensor nodes*, Computer communications **26** (2003), no. 11, 1131–1144.
- [36] Sculpteo, *The history of 3d printing: 3d printing technologies from the 80s to today*, May.

-
- [37] Henry A Sodano, Daniel J Inman, and Gyuhae Park, *A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials*, Shock and Vibration Digest **36** (2004), no. 3, 197–206.
- [38] ———, *Generation and storage of electricity from power harvesting devices*, Journal of intelligent material systems and structures **16** (2005), no. 1, 67–75.
- [39] Henry A Sodano, Gyuhae Park, and DJ Inman, *Estimation of electric charge output for piezoelectric energy harvesting*, Strain **40** (2004), no. 2, 49–58.
- [40] N.G. Stephen, *On energy harvesting from ambient vibration*, Journal of Sound and Vibration **293** (2006), no. 1, 409–425.
- [41] Clark B Teeple, Jinhong Qu, and Kenn R Oldham, *3d printing for prototypes of thin-film pzt/polymer microstructures*.
- [42] Guang-qing Wang and Yue-ming Lu, *An improved lumped parameter model for a piezoelectric energy harvester in transverse vibration*, Shock and Vibration **2014** (2014).
- [43] CB Williams and Rob B Yates, *Analysis of a micro-electric generator for microsystems*, sensors and actuators A: Physical **52** (1996), no. 1-3, 8–11.